文章编号:1673-5005(2020)03-0026-12 doi:10.3969/j.issn.1673-5005.2020.03.003

基于 Seislet 分数阶阈值算法约束的平面波 最小二乘逆时偏移

黄建平1,张入化1,国运东1,雍 鹏1,李 闯2

(1. 中国石油大学(华东)地球科学与技术学院,山东青岛 266580; 2. 西安交通大学电子信息工程学院,陕西西安 710000)

摘要:基于平面波编码的平面波最小二乘逆时偏移存在两个问题,即炮数据混叠引入串扰噪音以及平面波道集数目过 多又会降低计算效率。针对上述问题,将适用于地震数据的 Seislet 变换和应用 Riemann-Liouville 分数阶积分理论的分 数阶阈值函数相结合,并将其引入到平面波编码的最小二乘逆时偏移中,实现基于 Seislet 分数阶阈值算法约束的平面 波最小二乘逆时偏移。在实现该方法的基础上,对简单层状模型和复杂模型进行成像测试。结果表明,地震数据在 Seislet 域中具有较好的稀疏性,且基于 Seislet 分数阶阈值算法约束的平面波最小二乘逆时偏移能够有效地压制炮数据 混叠引起的串扰噪音,同时能够用较少的平面波道集得到与普通方法相同的成像效果,提高了计算效率。

关键词:平面波最小二乘逆时偏移; Seislet 变换; 分数阶阈值函数; 串扰噪音; 计算效率

中图分类号: P 631.4 文献标志码: A

引用格式:黄建平,张入化,国运东,等.基于 Seislet 分数阶阈值算法约束的平面波最小二乘逆时偏移[J].中国石油 大学学报(自然科学版),2020,44(3):26-37.

HUANG Jianping, ZHANG Ruhua, GUO Yundong, et al. Plane-wave least-square reverse time migration with Seislet fractional threshold algorithm constraint [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2020,44 (3):26-37.

Plane-wave least-square reverse time migration with Seislet fractional threshold algorithm constraint

HUANG Jianping¹, ZHANG Ruhua¹, GUO Yundong¹, YONG Peng¹, LI Chuang²

(1. School of Geosciences in China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China;

2. School of Electronic and Information Engineering in Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710000, China)

Abstract: Least-square reverse time migration using plane-wave coding always has two problems: encoding data will introduce crosstalk noiseand the excessive number of plane records will reduce the computational efficiency. In this paper, the Seislet transform, which is suitable for seismic data, is combined with the fractional threshold function based on the Riemann-Liouville fractional integration theory, which is then introduced into the least-square reverse time migration using planewave coding. Numerical tests on the simple layered and complex model show that seismic data have good sparsity in the Seislet domain and the plane-wave reverse time migration based on Seislet fractional threshold algorithm can effectively suppress the crosstalk noise caused by multi-source data. Compared with the traditional method, this proposed method uses less number of plane-wave gathers to obtain the same imaging effect, and can improve the computational efficiency.

Keywords: plane-wave least-square reverse time migration; Seislet transform; fractional threshold function; crosstalk noise; computational efficiency

近年来,油气勘探的地质目标越来越精细化,对

勘探、开发的要求进一步提高,发展更加精确的偏移

收稿日期:2019-08-24

作者简介:黄建平(1982-),男,教授,博士,研究方向为地震波传播与成像技术。E-mail:jphuang@upc.edu.cn。 通信作者:张入化(1996-),男,硕士研究生,研究方向为地震波偏移成像。E-mail:642586376@qq.com。

基金项目:泰山学者青年专家计划项目(SF1503002001);国家重点研发计划项目(2019YFC0605503);中石油重大科技项目(ZD2019-183-003);国家自然科学基金优秀青年基金项目(41922028);国家自然科学基金面上项目(41874149)

成像技术成为必然趋势[1-2]。基于反演思想的最小二 乘偏移(LSM)和最小二乘逆时偏移(LSRTM)虽然具 有高精度保幅成像的特点,但计算量较大。多炮编码 策略如相位编码、振幅编码、极性编码、平面波编码 等[39]能一定程度提高计算效率,但多炮数据混叠也 会引入串扰噪声。李闯等[10]将随机最优化相位编码 引入多炮编码中进一步减少了串扰噪声。PLSRTM 也可以通过叠加不同射线参数的平面波成像结果来 压制串扰噪声[11-12],但平面波道集数量增加会增大计 算量。Xue 等^[13]在目标函数后加上了整形正则化约 束项,能一定程度地改善多震源数据的成像质量。Li 等^[14]则将奇异谱值分析(SSA)引入到 PLSRTM 中作 为正则化约束。除此之外,根据地震数据在曲波域稀 疏分布的特点,Herrmann 等^[15]将曲波变换用作偏移 的预处理。相较于来自图像算法的曲波变换.Seislet 变换更加适用于地震数据,Xue^[16]首先将 Seislet 约束 用于全波形反演中, Dutta^[17]将 Seislet 变换引入最小 二乘逆时偏移中,有效地提高了成像质量。在前人研 究的基础上,笔者利用 Riemann-Liouville 分数阶积分 理论推导得到分数阶阈值函数,并与 Seislet 变换相结 合得到 Seislet 分数阶阈值算法,再将其作为稀疏约束 算子,实现 Seislet 分数阶阈值算法约束的平面波最小 二乘逆时偏移。

1 方法原理

1.1 平面波编码

多炮编码的方式主要有相位编码、振幅编码、平 面波编码等方式。在二维地震数据中对共接收点道 集(CRP)进行平面波编码。

$$D(x_{\rm r}, p, \omega) = \sum_{x_{\rm s}} d(x_{\rm r}, x_{\rm s}, \omega) e^{i\omega p x_{\rm s}}.$$
 (1)

式中, $d(x_r, x_s, \omega)$ 为共接收点道集,由位于横坐标 x_s 处的震源产生,再被横坐标位于 x_r 处的检波点所接收的记录; $e^{i\omega px_s}$ 为代表时间域的时移量, ω 为角频率,而最主要的时移参数则是 px_s, p 为射线参数, $p = \sin\theta/v, \theta$ 为地层倾角,v为地层速度。等式(1)主要是将道集中参与时移的道叠加在一起,形成一个平面波道集。

平面波编码的关键是射线参数的选择,最大射线参数 p_{max}应该满足不等式

$$p_{\max} \leq \frac{1}{2f_{\max}\Delta x_{s}} \,. \tag{2}$$

式中, f_{max} 为最大频率; Δx_s 为炮间隔。射线参数的间隔 Δp 应满足

$$\Delta p = \frac{\sin\theta_2 - \sin\theta_1}{vN_p} \,. \tag{3}$$

式中, θ₁ 为最小倾角; θ₂ 为最大倾角; N_p 为平面波道 集的数量。射线参数 p 不同, 角度范围便不同, 照明 的区域便存在差异, 增加平面波道集的数量能够加 强对地下复杂区域的有效照明。但过多的平面波道 集也会增大计算量, 降低计算效率。

1.2 平面波编码最小二乘逆时偏移

正演的方式主要分为有限差分正演和 Born 线性正演。其中 Born 线性正演过程可以表示为

$$d = Lm. \tag{4}$$

式中,L为Born线性正演算子;d为观测数据;m为反射系数。

偏移过程则可以表达为

$$\boldsymbol{m}_{\rm mig} = \boldsymbol{L}^{\rm H} \boldsymbol{d}.$$
 (5)

式中,*m*_{mig}为偏移结果;H为共轭转置;*L*^H为偏移算子,在本文中为逆时偏移算子^[18]。

假设有 n 个平面波道集,则反射系数模型 M 可 表示为

$$\boldsymbol{M} = [\boldsymbol{m}_1, \boldsymbol{m}_2, \boldsymbol{m}_3, \cdots, \boldsymbol{m}_n]^{\mathrm{T}}.$$
 (6)

式中,*m_n*为第*n*个平面波道集所对应的偏移成像结果。平面波道集**D**可以表示为

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_1 \\ \boldsymbol{d}_2 \\ \cdots \\ \boldsymbol{d}_n \end{bmatrix} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{p}_1 & \cdots & \boldsymbol{p}_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{m}_1 \\ \boldsymbol{m}_2 \\ \cdots \\ \boldsymbol{m}_n \end{bmatrix}. \quad (7)$$

式中, p_i 为平面波的 Born 正演算子。

平面波最小二乘逆时偏移的误差函数可以定义 为

$$f(\boldsymbol{M}) = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{2} \|\boldsymbol{p}_{k}\boldsymbol{m}_{k} - \boldsymbol{d}_{k}^{\text{obs}}\|_{2}^{2} = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{P}\boldsymbol{M} - \boldsymbol{D}^{\text{obs}}\|_{2}^{2}.$$
(8)

其中误差函数的梯度解为

$$\nabla f(\boldsymbol{M})^{(i+1)} = \boldsymbol{P}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{P}\boldsymbol{M}^{(i)} - \boldsymbol{D}^{\mathrm{obs}}).$$
(9)

其中

 $\nabla f(\mathbf{M}) = [\nabla f(\mathbf{m}_1) \quad \nabla f(\mathbf{m}_2) \quad \cdots \quad \nabla f(\mathbf{m}_n)]^{\mathrm{H}}.$ 式中, $\nabla f(\mathbf{m}_n)$ 为第 *n* 个平面波道集所对应的梯度。

1.3 约束的平面波最小二乘逆时偏移

模型 M 的更新等式为 $M^{(i+1)} = M^{(i)} + \alpha^{(i)} z^{(i)}$. (10)

$$\boldsymbol{z}^{(i)} = -\nabla f(\boldsymbol{M})^{(i)} + \boldsymbol{\beta}^{(i)} \boldsymbol{z}^{(i-1)}.$$
 (11)

式中,*i*为第*i*次迭代; $\alpha^{(i)}$ 为搜索步长; $z^{(i)}$ 为共轭梯度; $\beta^{(i)}$ 为共轭梯度修正因子。一个n维函数的共轭方向最多只有n个,大于n次迭代时共轭梯度的计算将失效^[19]。为避免迭代误差的积累,本文中在连续计算4次共轭梯度后将使用一次最速下降算法再

重新使用共轭梯度法。

$$\boldsymbol{M}^{(i+1)} = \boldsymbol{S}^{-1} T \boldsymbol{S} (\boldsymbol{M}^{(i)} + \boldsymbol{\alpha}^{(i)} \boldsymbol{z}^{(i)}).$$
(12)

式中,S 为 Seislet 正变换; S^{-1} 为 Seislet 反变换;T 为 阈值函数,本文中 T 为分数阶阈值函数。约束算子 $S^{-1}TS$ 的目的主要在于消除偏移假象和因编码时炮 数据混叠产生的串扰噪声。

如果将某个稀疏变换作为一个整体的算子,那 么等式(12)就等同于用线性 Bregman 迭代法使得 下列的正则化目标函数最小化^[20]。

$$f(\hat{\boldsymbol{M}}) = \frac{1}{2} \|\boldsymbol{P}\boldsymbol{S}^{-1}\hat{\boldsymbol{M}} - \boldsymbol{D}^{\text{obs}}\|_{2}^{2} + \frac{1}{2}\mu^{2} \|\boldsymbol{S}^{-1}\hat{\boldsymbol{M}}\|_{2}^{2}. \quad (13)$$

式中,第二项为正则化约束项; μ 为正则化参数; S^{-1} 为 Seislet 逆变换算子。反射系数 $M 与 \widehat{M}$ 的关系如下:

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{S}^{-1} \boldsymbol{M}. \tag{14}$$

Seislet 分数阶阈值算法约束的 PLSRTM 流程如 图 1,其中对初始模型 *M*⁽⁰⁾赋零值。



图 1 Seislet 分数阶阈值算法约束的 PLSRTM 流程 Fig. 1 Workflow of PLSRTM with Seislet fractional

threshold algorithm constraint

1.4 分数阶阈值函数

传统的阈值函数主要有硬阈值函数和软阈值函 数^[21-22]。硬阈值函数在阈值附近存在断点,重构信 号会产生伪吉布斯现象,一般用得比较少。常用的 主要是软阈值函数,但软阈值函数处理后的系数与 原系数相比有恒定的偏差,偏差在数值上等于阈值, 这会使得重构信号与原信号之间产生较大的误差。 有学者也提出过半软阈值,就是在硬阈值函数和软 阈值函数中加了一个权系数^[23],但这个权系数需根 据不同的数据测试后再确定,且与真实系数的相比 仍存在一定偏差。

$$T(s) = \begin{cases} \operatorname{sgn}(s) \left(\left| s \right| - \lambda \right), \left| s \right| \ge \lambda, \\ 0, \left| s \right| < \lambda. \end{cases}$$
(15)

式中,s为 Seislet 稀疏变换后的系数; λ 为阈值。

设阈值为2,软阈值函数如图2所示,经过软阈 值函数处理后的系数与原系数之间存在偏差。



分数阶阈值函数应用了分数阶微积分理论(Riemann-Liouville 分数阶积分公式)^[24],用该分数阶 积分公式对函数进行积分处理积分后,能够增强函 数的连续性且保留原函数特征。

本文中提出的分数阶阈值函数如下:

$$T(s) = J^{\alpha} f(s) = \frac{1}{\Gamma(s)} \int_{0}^{s} \frac{f(t)}{(s-t)^{1-\alpha}} dt.$$
 (16)

式中, $J^{\alpha}f(s)$ 表示对函数f(s)进行分数阶积分处理; $f(s) = \operatorname{sgn}(s) \left(|s| - \frac{\lambda}{e^{s^2 - \lambda^2}} \right) u(|s| - \lambda)$ 为载体函数;

s 为 Seislet 系数; $\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y} dy$ 为 gamma 函数; α 为分数阶阶数。经过对分数阶阶数的多次测试,本文中最终选择的分数阶数为 0.5 阶。函数图 像如图 3(设阈值为 2) 所示。



由图 3 可见,分数阶阈值函数在系数偏差上得 到了很好的控制,端点处也得到了一定的平滑。

2 Seislet 变换测试

常见的稀疏变换有 Fourier 变换、小波变换、曲 波变换、Seislet 变换等。其中 Seislet 变换是专门针 对地震数据的一种信号变换,能将数据变换到 Seislet 域^[25],但在进行 Seislet 变换前需要采用平面波 解构滤波器(PWD)对地震数据进行局部倾角估计。 Seislet 变换需要局部倾角数据作为输入,再沿着倾 角方向对地震数据作 Seislet 变换。Fourier 变换、小 波变换、曲波变换等均以采样点为变换的单位,而 Seislet 变换则是以地震道为单位进行变换。

选择某一复杂模型作 Seislet 变换测试和小波 变换测试,该模型数据的横向长度为5120 m,纵向 长度为1500 m,道数为512,纵向采样点数为150, 间距均为10 m。首先对复杂模型分别进行 Seislet 变换和小波变换,得到对应的系数,再通过选取同样 百分比的 Seislet 系数和小波系数进行反变换得到 重构模型,再进行对比分析。

图 4(a) 所示为某一复杂模型的真实反射系数, 再对其进行 Seislet 变换,得到 Seislet 系数(图 4 (b))。由图 4(b)可知,Seislet 系数主要集中在尺度 小于 50 的位置,且整体分布较为集中。随后分别将 Seislet 变换和小波变换的系数经过从大到小排序 后,选取前 1% 的系数得到重构后的结果(图 4(c)、 (d)),前者基本重构了真实反射系数的轮廓,但却 没有重构出绕射点(图 4(c)),而后者的右侧反射 系数很杂乱没有得到有效重构,但能重构下部绕 射点(图 4(d))。图 4(e)、(f)则是分别将 Seislet 变换和小波变换的系数经过从大到小排序后,选 取前 7% 的系数进行重构后的结果,前者基本与真 实反射系数一致,而后者中部断层处的反射系数 仍比较模糊。



将同样阈值截取的数据投影到原有的尺度矩阵中 (横坐标为尺度)。图5(a)、(b)是分别将 Seislet 变换 和小波变换的系数经过从大到小排序后,选取前1%的 系数投影到尺度矩阵的结果,其中黑色数据为前1%的 系数。从图5(a)中可以看出系数主要集中在尺度小 于15的位置且分布较为集中,图5(b)中的系数主要 在尺度小于50且分布相对图5(a)较为分散。同理, 再选取前7%的系数投影到原来的尺度矩阵(图5(c)、(d)),黑色数据为前7%的系数。从图5(c)中得知系数主要集中在尺度小于100的位置,在尺度小于256的范围都有一定分布;由图5(d),可以发现系数在全局范围内都有分布,且分布较为分散。

最终,可知 Seislet 变换比小波变换能够更好地 压缩地震数据,更能表示地震数据的稀疏性。





3 数值测试

3.1 简单模型测试

选择一个4层的层状模型进行测试。该模型的 尺寸为1500 m×5120 m,横向采样点数为512,纵向 采样点数为150,横纵向采样点距均为10 m。共激 发120 炮,炮间隔为40 m,检波点为512 个,检波点 距10 m,最大采样时间为8000 ms,震源子波采用雷 克子波,震源主频率为20 Hz。先使用时间2阶,空 间8阶的有限差分算法及PML边界条件进行正演 模拟^[26-27]得到单炮记录,再用平面波静态编码技术 将多炮数据合成具有不同射线参数的平面波道集。

图 6(a) 为 4 层水平模型, 第一层速度为 1 600 m/s, 第二层速度为 1 900 m/s, 第三层速度为 2 300 m/s, 第四层速度为 2 600 m/s, 模型长度为 5 120 m, 深度为 1 500 m, 图 6(b) 为偏移速度场。根据公式(1) 合成了不同平面波射线参数 *p* 的平面波道集, *p*

的取值范围为-0.3~0.3 ms/m,且呈线性变化,共计11个平面波道集。

图 7(a)、(c)、(e)分别为简单层状模型经过平 面波最小二乘逆时偏移迭代 5、10、25 次的结果。可 以看出图 7(a)、(c)、(e)都有不同程度的串扰噪音 和少量采集脚印,但图 7 (c)的噪音明显小于图 7 (a),图 7 (e)的噪音也小于图 7 (c),这是因为最小 二乘逆时偏移本身随着迭代次数的增加能够一定程 度地压制噪音。

图 7(b)、(d)、(f)分别为 PLSRTM 迭代 5、10、 25 次结果对应的局部倾角估计。根据颜色条,颜色 越深倾角越大,且经过测试发现层状模型本身的倾 角值为0,表示为最浅的颜色。由图 7(b)、(d)、(f) 可知,随着迭代次数增加,局部倾角估计图中颜色团 的颜色逐渐变浅,而对应偏移结果的串扰噪音逐渐 减弱(图 7(a)、(c)、(e))。因此层状模型偏移结果 中的非零局部倾角值是由噪音引起的。











Fig. 7 The PLSRTM result of layered model and its local dip estimation

图 8(a)为简单层状模型经 Seislet 分数阶阈值 函数约束的 PLSRTM 迭代 10 次后的结果,图 8(b) 为简单层状模型经 Seislet 软阈值函数约束的 PLSRTM 迭代 10 次后的结果,图 8(a)、(b)都一定 程度上压制了噪音,但前者的压制效果更好,见图中 的红圈部分。图 8(c)、(d)分别为图 8(a)、(b)所 对应的局部倾角估计。图 8(c)和图 8(d)相比,不 同颜色的颜色团几乎消失,大部分为局部倾角值为 0 的颜色,则表明经过 Seislet 分数阶阈值函数约束 和软阈值函数约束的 PLSRTM 都能够压制串扰噪音 和采集脚印。但图 8(d)在上部还存在的颜色团较 大,而图 8(c)在上部附近颜色团稍小,因此经 Seislet 分数阶阈值函数约束 PLSRTM 的效果优于经 Seislet 软阈值函数约束 PLSRTM。





3.2 复杂模型测试

为进一步验证本文方法的可行性,选用某一复杂模型进行成像测试。该模型尺寸为1500 m×5120 m,横向采样点数为512,纵向采样点数为150,横纵向采样点距均为10 m。共激发120 炮,炮间隔为40 m,检波点为512 个,检波点距为10 m,最大采样时间为8000 ms,震源采用雷克子波,震源主频率为



先使用时间 2 阶, 空间 8 阶的有限差分算法及 PML 边界条件进行正演模拟得到单炮记录, 再使用 平面波静态编码技术将多炮数据合成具有不同射线 参数的平面波道集, 射线参数 *p* 呈线性变化, 平面波 道集数为 11 个。图 9(a) 为该复杂模型的真实速度 模型, 图 9(b) 为偏移速度场。





Fig. 9 Velocity Field of complex model and migration velocity field

先分别对复杂模型进行 PLSRTM 迭代 15 次和 35 次,得到成像结果(图 10(a)、(b))。由图 10 (a)、(b),经过 15 次和 35 次迭代的平面波最小二 乘逆时偏移后,偏移结果中的构造成像效果较好、断 层边界较为清楚,但存在较为严重的串扰噪声,这是 由于多炮数据混叠在一个道集中所带来的噪音,且 浅层部分存在一定的采集脚印。迭代 35 次的成像 结果比迭代 15 次的成像结果更为清晰且串扰噪音 更少。图 10(c)、(d)分别是复杂模型经过 Seislet 软 阈值算法约束和 Seislet 分数阶阈值函数约束的 PLSRTM 迭代 15 次后的成像结果。由图 10(c)、(d) 可知,在 Seislet 约束的平面波最小二乘逆时偏移后的 结果中,串扰噪声都得到了一定的压制,对断层边界 的成像效果都很好,但 Seislet 分数阶阈值函数的约束 效果优于 Seislet 软阈值函数的约束效果,具体见红圈。图 10(e)、(f)分别是复杂模型经过 Seislet 软阈值函数约束和 Seislet 分数阶阈值函数约束的 PLSRTM 迭代 35 次后的成像结果。图 10(e)在部分

反射轴附近仍存在部分串扰噪音,图 10(f)的串扰噪音几乎被压制,浅层的采集脚印也得到一定的压制, 具体位置见红圈。Seislet 分数阶阈值函数的约束效 果明显好于 Seislet 软阈值函数的约束效果。





Fig. 10 Comparison of PLSRTM with different Seislet threshold function constraints in complex model

虽然增加平面波道集的数量可以一定程度地 提高 PLSRTM 的成像质量,压制串扰噪音,但会增 加计算量。本文中先分别使用 30 个平面波道集 的 PLSRTM 迭代 15 和 35 次后,得到偏移结果(图 11(a)、(c))。图 11(b)、(d)为使用 11 个平面波 道集 且 经 过 Seislet 分 数 阶 阈 值 函 数 约 束 的 PLSRTM 迭代 15 和 35 次后的结果。由图 11(a)、 (b)、(c)、(d)可知,使用 30 个平面波道集的 PLSRTM 结果(图 11(a)、(c))比未经过约束使用 11 个平面波道集的 PLSRTM 结果(图 10(a)、 (b))噪音更少,成像质量更高,但使用 11 个平面 波道集且采用 Seislet 分 数 阶 阈 值 函数 约束 的 PLSRTM(图 11(b)、(d)),其串扰噪音被压制得更 为彻底,具有和使用较多平面波道集的传统 PLSRTM相同的成像效果。再将使用11个道集的 约束PLSRTM、11个道集的传统方法,以及30个 道集的传统方法进行运算时间对比。

由表1可知,经过约束且使用11个平面波道集的 PLSRTM时间略少于使用11个平面波道集的传统 PLSRTM,更少于使用30个平面波道集的传统 PLSRTM。因此该方法能够一定程度地提高计算效率。

表1 运算时间对比

Table 1Calculation time comparisons			
迭代	11 个道集经过	11 个道集的	30个道集的
次数	约束的 PLSRTM	传统方法	传统方法
15	1 251. 81	1 360. 07	3 404. 16
35	2635.15	2871.26	7 008. 55





Fig. 11 Comparison between PLSRTM and constrained PLSRTM using different number of plane-wave gather

对复杂模型进行偏移成像后,分别抽取其第 150 道、350 道和 200 道作单道振幅对比(图 12)。 在图 12(a)、(b)中,蓝色虚线为经过 Seislet 分数阶阈 值算法约束的 PLSRTM 迭代 20 次后的振幅,橘色实 线为经过 PLSRTM 迭代 20 次后的振幅,黄色为真实 反射系数。从图 12(a)、(b)中可以看出,经过 Seislet



图 12 复杂模型单道振幅对比

Fig. 12 Single-trace amplitude comparison of complex model

分数阶阈值算法约束的 20 次迭代 PLSRTM 结果保幅 性更好,更加收敛于真实的反射系数,成像更为准确, 且振幅曲线波动更小,相对于未约束的 PLSRTM 抗噪 能力更强。由图 12(c),对 11 个道集的 Seislet 分数 阶阈值函数约束的 PLSRTM、11 个道集的传统方法, 以及 30 个道集的传统方法迭代第 20 次结果抽取第 200 道对比后,经过约束的 PLSRTM 结果更加收敛于 真实的反射系数,具有更好的保幅性。

为了进一步验证本文方法对噪声的适应性, 对所有炮集添加随机噪声,使其信噪比为2 dB。 再对炮集进行平面波编码,得到 11 个平面波道 集,(图 13)。计算信噪比 *R*_{sN}的方法为能量叠加 法^[28],公式如下:

$$R_{\rm SN} = \frac{\sum_{i=1}^{M} \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ij}\right)^2}{N \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} x_{ij} - \sum_{i=1}^{M} \left(\sum_{j=1}^{N} x_{ij}\right)^2}.$$
 (17)

式中,M为时间采样点;N为道数;x_{ii}为第j道第i点



的振幅。再分别进行 Seislet 分数阶阈值算法约束 的 PLSRTM 和传统方法 PLSRTM,并分别抽取第 15 次和第 35 次迭代结果进行分析(图 14)。由图 14 可知,传统方法 PLSRTM 结果的噪音较为严重,尤其 在构造附近,而经过 Seislet 分数阶阈值算法约束的 PLSRTM 后,噪音得到有效压制,且仍然能够较好地 还原构造。



图 14 含噪声下的 PLSRTM 与约束 PLSRTM 对比



4 结 论

(1)Seislet 变换测试表明,地震数据在Seislet 域 具有较好的稀疏性,但在使用阈值法进行地震数据 重构时阈值不宜太小,以免丢失部分有效信息。

(2)数值测试中的模型测试和单道振幅测试表明,Seislet 分数阶阈值算法约束的 PLSRTM 能够在

传统 PLSRTM 的串扰噪音较强和保幅性等方面得到 改善,且 Seislet 分数阶阈值算法比 Seislet 软阈值算 法性能更优越。含噪数据测试结果表明,本文算法 约束的 PLSRTM 能够在炮记录含噪的情况下得到较 好的成像结果。

(3) 基于 Seislet 分数阶阈值算法约束的 PLSRTM可以使用较少的平面波道集达到与传统 PLSRTM 相同的成像效果,且运行时间也少于传统 PLSRTM,提高了计算效率。

(4)Seislet 变换对倾角过于依赖,倾角预测不精 确时容易对成像造成影响,以后可以在如何减弱 Seislet 对倾角依赖的方面进行改进。

参考文献:

[1] 李振春. 地震偏移成像技术研究现状与发展趋势[J]. 石油地球物理勘探,2014,49(1):1-21.

LI Zhenchun. Research status and development trends for seismic migration technology [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2014,49(1):1-21.

- [2] TARANTOLA A. Linearized inversion of seismic reflection data [J]. Geophysical Prospecting, 1984, 32 (6): 998-1015.
- [3] ROMERO L A, GHIGLIA D C, OBER C C, et al. Phase encoding of shot records in prestack migration [J]. Geophysics, 1999, 65(2):426-436.
- [4] JING X, FINN C J, DICKENS T A, et al. Encoding multiple shot gathers in prestack migration [C/OL]. SEG Technical Program Expanded Abstracts 2000 [2019-03-20]. https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/1.1816188.
- [5] 陈生昌,曹景忠,马在田.平面波偏移[J]. 勘探地球物 理进展,2002,25(3): 37-41.
 CHEN Shengchang, CAO Jingzhong, MA Zaitian. Planewave migration [J]. Progress in Exploration Geophysicals, 2002,25(3): 37-41.
- [6] DAI W, SCHUSTER G T. Plane-wave least-squares reverse time migration[J]. Geophysics, 2013, 78(4):5165-5177.
- [7] LI C, HUANG J P, LI Z C. Plane-wave least-squares reverse time migration for rugged topography [C/OL]. SEG Technical Program Expanded Abstracts 2014 [2019-03-20]. https://library.seg.org/doi/abs/10.1190/segam2014-0998.
 1.
- [8] 黄建平,李闯,李庆洋. 一种基于平面波静态编码的最小二乘逆时偏移方法[J]. 地球物理学报,2015,58
 (6):2046-2056.
 HUANG Jianping, LI Chuang, LI Qingyang. Least-

squares reverse time migration with static plane-wave encoding [J]. Chinese Journal of Geophysicals, 2015, 58 (6):2046-2056.

[9] 李庆洋,黄建平,李振春,等.基于一阶速度-应力方程 的多震源最小二乘逆时偏移[J].地球物理学报, 2016,59(12):4666-4676.

> LI Qingyang, HUANG Jianping, LI Zhenchun, et al. Multi-source least-squares reverse time migration based on first-order velocity-stress wave equation [J]. Chinese Journal of Geophysicals, 2016,59(12):4666-4676.

- [10] 李闯,黄建平,李振春,等.平面波最小二乘逆时偏移 编码策略分析[J].石油物探,2015,54(5):592-601.
 LI Chuang, HUANG Jianping, LI Zhenchun, et al. Analysis on the encoding strategies of plane-wave leastsquare reverse time migration[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2015,54(5):592-601.
- [11] 黄建平,李闯,李庆洋.最小二乘偏移成像理论及方 法[M].北京:科学出版社,2016:132-138.
- [12] 李庆洋,黄建平,李振春,等. 基于 L1 范数正则化的 三维多震源最小二乘逆时偏移[J].中国石油大学学 报(自然科学版),2019,43(4):52-59.
 LI Qingyang, HUANG Jianping, LI Zhenchun, et al. 3D multi-source least-squares reverse time migration based on L1 norm regularization[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2019,43(4):52-59.
- [13] XUE Z G, CHEN Y K, FOMEL S. Seismic imaging of incomplete data and simultaneous-source data using least-squares reverse time migration with shaping regularization[J]. Geophysics, 2016, 81(1): S11-S20.
- [14] LI C, HUANG J P, LI Z C, et al. Preconditioned prestack plane-wave least squares reverse time migration with singular spectrum constraint [J]. Applied Geophysics, 2017,14(1):73-86.
- [15] HERRMANN F J, BROWN C R, ERLANGGA Y C, et al. Curvelet-based migration preconditioning and scaling
 [J]. Geophysics, 2009, 74(4): A41-A46.
- [16] XUE Z G, ZHU H J, FOMEL S. Full-waveform inversion using seislet regularization[J]. Geophysics, 2017, 82(5):A43-A49.
- [17] DUTTUA G. Sparse least-squares reverse time migration using seislets [J]. Journal of Applied Geophysics, 2017,136:142-155.
- [18] 李振春,雍鹏,黄建平,等. 基于矢量波场分离弹性波 逆时偏移成像[J]. 中国石油大学学报(自然科学 版),2016,40(1):42-48.
 LI Zhenchun, YONG Peng, HUANG Jianping, et al. Elastic wave reverse time migration based on vector wave field separation[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2016,40(1):42-48.
- [19] 陈开周.最优化计算方法[M].西安:西安电子科技 大学出版社,1985:83-87.
- [20] CAI J F, OSHER S, SHEN Z. Linear Bregman iterations for compressed sensing [J]. Mathematics of Computation, 2009,78(267):1515-1536.
- [21] DONOHO D L, JOHNSTONE I M. Ideal spatial adaption by wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 81(3):

425-455.

- [22] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding [J].
 IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41
 (3):613-627.
- [23] GAO H Y, BRUCE A G. WaveShrink with semisoft shrinkage[C/OL]. Technical report, StatSci Division of MathSoft[2019-03-28]. http://citeseerx.ist.psu.edu/ viewdoc/download? doi=10.1.1.28.3126&rep=rep1&typ e=pdf.
- [24] KAMATA M, NAKAMULA A. Riemann-Liouville integrals of fractional order and extended KP hierarchy[J]. Journal of Physics A-Mathematical and General, 2002, 35(45):9657-9670.
- [25] FOMEL S, LIU Y. Seislet transform and Seislet frame [J]. Geophysics, 2010,75(3);V25-V38.
- [26] 黄建平,杨宇,李振春,等.基于 M-PML 边界的 Lebedev 网格起伏地表正演模拟方法及稳定性分析[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2016,40(4):47-56.

HUANG Jianping, YANG Yu, LI Zhenchun, et al. Leb-edev grid finite difference modeling for irregular free surface and stability analysis based on M-PML boundary condition[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2016,40(4):47-56.

- [27] 国运东,黄建平,李庆洋,等. 基于混叠数据多步长优 化提高全波形反演的运算效率[J]. 中国石油大学学 报(自然科学版),2019,43(2):45-52.
 GUO Yundong, HUANG Jianping, LI Qingyang, et al. Improving computation efficiency of full wave form inversion based on multi-step preferred optimization in multisource domain[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science),2019,43(2):45-52.
- [28] 张军华,藏胜涛,周振晓,等. 地震资料信噪比定量计
 算及方法比较[J]. 石油地球物理勘探,2009,44(4):
 481-486,528.

ZHANG Junhua, ZANG Shengtao, ZHOU Zhenxiao, et al. Quantitative computation and comparison of S/N ratio in seismic data [J]. Oil Geophysical Prospecting, 2009,44(4):481-486,528.

(编辑 修荣荣)