

推靠式旋转导向系统底部钻具组合动态安全评价方法

杨春旭^{1,2}, 王瑞和¹, 韩来聚²

(1. 中国石油大学(华东)石油工程学院, 山东青岛 266580; 2. 胜利石油工程有限公司钻井工艺研究院, 山东东营 257017)

摘要:推靠式旋转导向钻进时巴掌对井壁的间歇性推靠致使钻柱处于非线性阻尼激励的复杂工作状态, 剧烈的振动易引发钻柱的疲劳失效。建立考虑巴掌与井壁的接触碰撞及动态激励的底部钻具组合动应力计算模型, 分析钻柱转速对钻柱动应力和钻头侧向力的影响。结果表明: 钻井过程中底部钻具组合动应力和钻头侧向力处于剧烈波动状态, 尤其在临界转速下运动的钻柱将产生剧烈的振动及较高水平的动应力, 导致钻柱出现疲劳破坏; 通过调节钻柱转速至两阶相邻转速中间值, 可显著降低钻柱的振动加速度。现场试验验证了通过调节钻柱转速提高底部钻具组合动态安全的可行性, 为推靠式旋转导向及同类工具安全钻进参数的优化设计提供了依据。

关键词:旋转导向钻井; 钻柱动态安全; 固有频率; 动应力; 现场试验

中图分类号: TE 21 **文献标志码:** A

引用格式: 杨春旭, 王瑞和, 韩来聚. 推靠式旋转导向系统底部钻具组合动态安全评价方法[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2020, 44(2): 64-70.

YANG Chunxu, WANG Ruihe, HAN Laiju. A dynamic evaluation method for safe operation of the bottom hole assembly with bit-push rotary steering drilling system[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2020, 44(2): 64-70.

A dynamic evaluation method for safe operation of the bottom hole assembly with bit-push rotary steering drilling system

YANG Chunxu^{1,2}, WANG Ruihe¹, HAN Laiju²

(1. School of Petroleum Engineering in China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China;

2. Drilling Technology Research Institute, Shengli Petroleum Engineering Company Limited, Dongying 257017, China)

Abstract: The intermittent push-back of the bit pads against the wellbore wall during guided drilling (or bit-push steering drilling) can make the drill-string in a state with complicated nonlinear damping excitation. The violent vibration can cause a fatigue failure of the drill-string. In this paper, a dynamic stress calculation model of the drill-string was established, considering the contact collision and dynamic excitation between bit pads and borehole wall. The calculation results show that the dynamic stress of the bottom hole assembly (BHA) and the lateral force on the drill bit during the drilling process are in a volatile state. When the drill-string is in a critical rotation speed, it will result in severe vibration and great stress that can lead to a fatigue failure of the drill-string. The vibration acceleration of the BHA can be significantly reduced by adjusting the rotation speed of the drill-string to the intermediate value of two adjacent critical rotation speeds. The field test results have verified the feasibility to improve the BHA dynamic safety by adjusting its rotation speed, which can provide a basis for the optimization design of the drilling parameters for the safe operation of the bit-push rotary steering drilling system and similar tools.

Keywords: rotary steering drilling; drill-string dynamic safety; natural frequency; dynamic stress; field test

随着对深地和海洋油气资源勘探开发力度的增大, 使用旋转导向工具进行复杂结构井井眼轨迹控

制的需求随之增加,致使井下钻柱处于非线性阻尼激励的复杂工作状态,钻柱安全面临着极大挑战^[1-6]。研究表明,钻柱的疲劳失效是钻柱最常见的失效形式^[7-8],由于钻柱横向振动比纵向振动能引起更高的弯曲应力,且钻柱横向共振较易发生,最低共振频率取决于钻柱的材料性能和钻井液特性,这使其成为导致钻柱疲劳失效的最主要因素^[9-11];钻柱的质量不平衡加剧了钻柱的横向振动,当钻柱在其固有频率附近运行时,钻柱与井壁碰撞摩擦严重,最大应力峰值可达 561 MPa,远远超过了普通钻挺的疲劳极限^[12-13]。目前,国内外学者更多关注于计算钻柱横向位移、速度和加速度等钻柱动力特性^[14-15],对钻柱的动态安全评价方法研究较少,现场技术人员还依赖静态安全系数方法^[16-17]来评价实际钻柱的安全性。因此有必要建立考虑非线性阻尼激励的复杂工作状态下的钻柱动态安全评价方法。笔者建立考虑旋转导向钻井工具巴掌与井壁的接触碰撞及动态激励的底部钻具组合动应力计算模型,分析底部钻具组合的固有频率和动应力等动力学特性,结合量化振动烈度分析形成底部钻具组合动态安全评价流程。

1 底部钻具组合动力学模型的建立

为了便于分析,模型假设^[16,18]:①井眼截面为

$$[M] = M_t \begin{bmatrix} M_a/3M_t & & & & EM_a A/M_t L & & & & \\ & A_Z & & & C_Z & & B_Z & & -D_Z \\ & & A_Y & & -C_Y & & B_Y & & D_Y \\ & & & J_X M_a/3M_t A & & & & -GM_a J/M_t L & \\ & & -C_Y & & E_Y & & -D_Y & & F_Y \\ C_Z & & & & E_Z & & D_Z & & F_Z \\ M_a/6M_t & & & & & M_a/3M_t & & & \\ & B_Z & & & D_Z & & A_Z & & C_Z \\ & & B_Y & & -D_Y & & A_Y & & -C_Y \\ & & & J_X M_a/6M_t A & & & & J_X M_a/3M_t A & \\ & & D_Y & & F_Y & & -C_Y & & E_Y \\ & -D_Z & & & F_Z & & C_Z & & E_Z \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中

$$M_g = (m_w + m_{int})L, M_t = (m_w + m_{int} + m_{add})L,$$

$$m_w = \rho \frac{\pi(D_o^2 - D_i^2)}{4}, \quad m_{add} = C_M \rho_f \frac{\pi D_o^2}{4}.$$

式中, m_w 为钻柱线重, N/m; m_{int} 和 m_{add} 分别为钻柱

圆型,井壁为刚性曲面;②钻柱在开始运动之前,钻柱轴线与井眼轴线重合,钻柱节点具有三维自由度;③把底部钻柱看作一端铰支,另一端滑动铰支并承受钻压的梁,钻头处和稳定器处均设为滑动铰支,推靠接触处理为单向滑动支撑;④钻柱考虑为均质、小变形、弹性梁,忽略接头结构;⑤钻井液对钻柱振动特性的影响以阻尼形式予以考虑。

推靠式旋转导向系统底部钻具组合如图 1 所示。

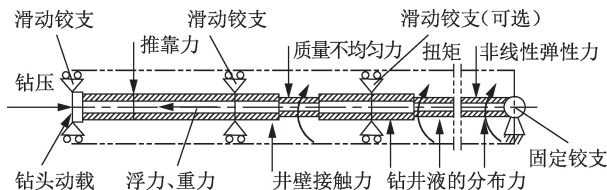


图1 推靠式旋转导向钻井系统受力模型

Fig. 1 Dynamics model of push-the-bit rotary steering drilling system

钻柱系统的动力平衡方程为

$$[M]\ddot{U}+[C]\dot{U}+[K]U-P=0. \quad (1)$$

式中, U 为位移; $\dot{U}$ 为速度; $\ddot{U}$ 为加速度; P 为外力; $[M]$ 为质量矩阵; $[K]$ 为刚度矩阵; $[C]$ 为阻尼矩阵。

考虑到钻柱内外均存在钻井液,钻柱单元将承受更大的应力和偏移。质量矩阵与梁单元质量矩阵相似,只需在部分单元上乘以系数 $\frac{M_a}{M_l}$ 即可:

$$EM_a A/M_l L \left[\begin{array}{ccc} B_Z & & -D_Z \\ & B_Y & D_Y \\ & -GM_a J/M_l L & \\ & -D_Y & F_Y \\ D_Z & & F_Z \\ M_a/3M_l & & \\ & A_Z & C_Z \\ & A_Y & -C_Y \\ & J_A M_a/3M_l A & \\ & -C_Y & E_Y \\ C_Z & & E_Z \end{array} \right] . \quad (2)$$

钻柱单元的刚度矩阵为

钻柱碰撞段质量, kg; N 为钻柱转速, r/min; D 为井筒直径, m; r_1 为接触处圆弧半径, m; E_d 为钻柱的弹性模量, Pa; K_l 为井壁刚度, N/m; α 为碰撞方向, rad。

钻柱在临界转速下发生共振将导致钻柱处于剧烈振动状态。因此在计算钻柱动应力前应首先计算钻具组合的共振频率^[19]及相应的临界转速。钻具组合的 n 阶固有频率和模态可以通过分析外力为零时的钻柱动力响应获得:

$$[K] - \omega^2 [M] = 0, \quad (12)$$

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}. \quad (13)$$

式中, ω 和 ω_d 分别为无、有阻尼时钻柱系统的共振频率, rad/s; ξ 为阻尼系数。

2 模型求解及评价准则

首先, 依据式(12)计算钻柱低阶共振频率及临界转速。对于以特定转速 n , 可能介于两阶临界转速之间, 低阶临界转速用 n_{c1} 表示, 高阶临界转速用 n_{c2} 表示, 如果设计转速满足 $1.3n_{c1} \leq n \leq 0.75n_{c2}$, 则不会发生共振; 如果不满足上述条件, 取两阶临界转速的中间值作为推荐转速:

$$n' = 0.5(n_{c1} + n_{c2}). \quad (14)$$

其次, 采用中心差分法求解钻柱动力平衡方程(1), 获得钻柱在振动工况下的瞬态应力。求解过程如下:

(1) 节点计算。在增量步开始时(t 时刻), 计算加速度为

$$\ddot{u}_t = [M]^{-1}(P - I)_t. \quad (15)$$

对加速度在时间上采用中心差分法, 在计算速度的变化时假定加速度为常数。应用这个速度变化值加上前一个增量步中点的速度来确定当前增量步中点的速度:

$$\dot{u}_{t+\frac{\Delta t}{2}} = \dot{u}_{t-\frac{\Delta t}{2}} + \left(\frac{\Delta t_{t+\Delta t} + \Delta t}{2} \right) \ddot{u}_t. \quad (16)$$

速度对时间的积分并加上在增量步开始的位移以确定增量步结束的位移:

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t_{t+\Delta t} \dot{u}_{t+\frac{\Delta t}{2}}. \quad (17)$$

(2) 单元计算。根据应变率 ε , 计算单元应变增量 $d\varepsilon$; 根据本构关系计算应力 $\sigma_{t+\Delta t} = f(\sigma_t, d\varepsilon)$; 集成节点内力 $I_{t+\Delta t}$ 。

(3) 设置时间为 t 为 $t+\Delta t$, 返回到步骤(1)。

最后, 基于上述钻柱瞬态应力结果, 计算等效应力幅值 σ_{da} 和等效平均应力 σ_{dm} , 进行钻柱动态安全评价:

$$\sigma_{da} = \sqrt{\frac{(\sigma_{a1} - \sigma_{a2})^2 + (\sigma_{a2} - \sigma_{a3})^2 + (\sigma_{a3} - \sigma_{a1})^2}{2}}, \quad (18)$$

$$\sigma_{dm} = \sqrt{\frac{(\sigma_{m1} - \sigma_{m2})^2 + (\sigma_{m2} - \sigma_{m3})^2 + (\sigma_{m3} - \sigma_{m1})^2}{2}}. \quad (19)$$

式中, σ_{a1} 、 σ_{a2} 和 σ_{a3} 为主应力幅值; σ_{m1} 、 σ_{m2} 和 σ_{m3} 为主应力的平均幅值。

考虑井下环境对钻柱的腐蚀, 在对称循环应力作用下的钻柱的疲劳极限和疲劳许用应力幅值^[20]为

$$[\sigma_{-1}] = \frac{\beta \varepsilon_\sigma}{K_\sigma S} \sigma_{-1}. \quad (20)$$

式中, $[\sigma_{-1}]$ 为疲劳许用应力幅值; σ_{-1} 为钻柱疲劳极限, $\sigma_{-1} = 0.3(\sigma_s + \sigma_b)$; σ_s 为材料屈服强度; σ_b 为拉伸极限; β 为表面质量系数; K_σ 为有效应力因子; ε_σ 为尺寸系数; S 为安全系数。考虑钻柱所处工况, 设定 $K_\sigma = 1$, $\varepsilon_\sigma = 0.74$, $\beta = 0.9$, $S = 2$ 。

当考虑平均应力的影响时, 有必要对许用疲劳应力幅值进行修正, 工程中广泛使用形式简单且计算结果相对安全的 Goodman 线^[21]:

$$\sigma_a = [\sigma_{-1}] \left(1 - \frac{\sigma_{dm}}{\sigma_b} \right). \quad (21)$$

式中, σ_a 为考虑平均应力影响的许用应力幅值。

由此获得基于振动应力烈度的钻柱动态安全评价准则为: $\sigma_{da} \leq \sigma_a$, 钻柱振动烈度较小, 可以安全钻进; $\sigma_a \leq \sigma_{da} \leq \sigma_{-1}$, 钻柱振动烈度较大, 需密切关注钻柱运动和受力状态; $\sigma_{da} \geq \sigma_s$ 或 $\sigma_{da} \geq \sigma_{-1}$, 钻柱振动烈度大, 不能安全钻进, 需要对钻井参数或钻具组合进行调整, 以使钻柱振动降到安全范围内。

3 现场应用实例

基于上述钻柱动态安全评价模型, 可进行推靠式旋转导向系统的钻柱疲劳失效原因分析及钻前动态安全评价, 确定安全的钻井参数或钻具组合。胜利油田 H31-X162 井使用捷联式旋转导向系统(推靠式)钻进的钻具组合为 $\Phi 215.9$ mm P5255MJ 钻头 + $\Phi 177.8$ mm 旋转导向系统 + $\Phi 177.8$ mm 无磁钻铤 + $\Phi 177.8$ mm MWD + $\Phi 177.8$ mm 回压阀 + $\Phi 127$ mm 加重钻杆 $\times 15$ 根 + $\Phi 127$ mm 钻杆。虽然动应力能够准确地评价钻柱的动态安全, 但是在现场应用过程中很难直接测量钻柱的动应力, 可以通过测量钻柱的振动强度从而反映钻柱动应力。本井在距离钻头 0.46 m 处安装随钻测量系统, a_x 、 a_y 和 a_z 分别

为 x, y, z 轴方向上的加速度, $a_h = \pm\sqrt{a_x^2 + a_y^2}$ 为底部钻具组合的横向振动强度, a_z 为钻柱的纵向振动强度。钻柱弹性模量为 206 GPa, 泊松比为 0.3, 钻柱密度为 7850 kg/m^3 , 钻柱抗拉强度和屈服强度分别为 827 和 758 MPa, 钻井液密度为 1150 kg/m^3 ; 钻压为 80 kN, 转速 $w = 95\text{ r/min}$, 巴掌处施加导向力激励载荷为 11 kN。在钻进至井深 2 292.71 m 时, 由于

工程需要起钻, 发现钻柱本体(距离钻头 27.57 m)出现裂纹(图 3(a)), 所测得的钻柱起钻前的横向加速度值如图 3(b)所示。从图 3(b)可以看出, 钻柱横向加速度处于较高值, 且呈现显著增加的趋势。推测导致上述钻柱出现裂纹的原因为钻柱在钻进过程中出现了共振, 导致钻柱在井底出现了剧烈的横向振动。

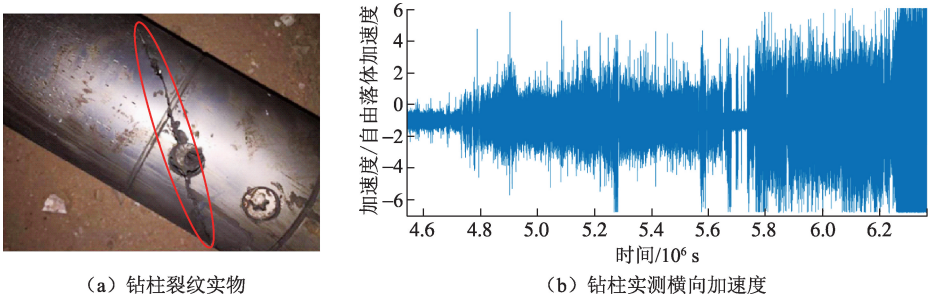


图 3 钻柱损坏实物图和钻柱损坏初期实测横向加速度

Fig. 3 Photo of drill-string damage and lateral acceleration measured in early stage of drill-string damage

基于钻柱频率方程(12)计算得到本例中钻柱的各阶共振频率如表 1 所示。从表 1 中可以看出, 工程实例中所设定的转速 $w = 95\text{ r/min}$ 与钻柱第 7 阶临界转速非常接近, 因此有必要对钻柱转速进行调整。

件下, 依据建立的钻柱动态安全评价模型可得到钻柱在 3 个方向上的主应力, 如表 2 所示。

表 1 钻柱固有频率
Table 1 Natural frequency of drill-string

阶数	固有频率/Hz	临界转速/($\text{r} \cdot \text{min}^{-1}$)
1	0.41	25
2	0.56	33
3	0.72	43
4	0.91	54
5	1.12	67
6	1.35	81
7	1.60	96
8	1.88	113
9	2.19	131
10	2.51	151
11	2.83	170
12	3.24	194
13	3.63	218

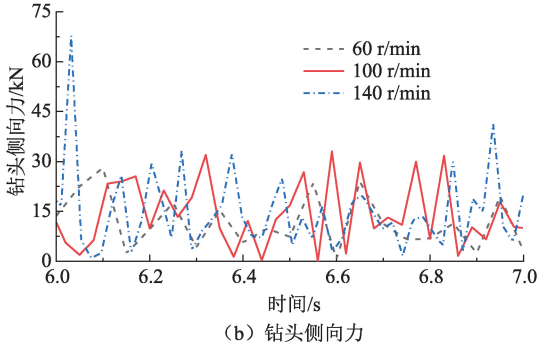
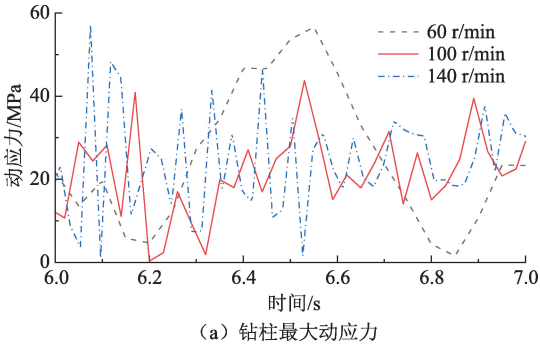


图 4 不同转速下钻柱最大动应力和钻头侧向力随时间变化

Fig. 4 Dynamic stress amplitude and drill bit lateral force at different rotary speeds

图 4 为不同钻柱转速时钻柱节点最大动应力幅值和钻头侧向力随时间的变化。从图 4 可以看出, 不同转速下的钻柱动应力幅值随时间呈现剧烈的波动, 在远离临界转速前提下, 转速对动应力幅值影响不是十分显著; 当转速为 140 r/min 时钻头侧向力出现尖峰值 67.8 kN 。综合考虑钻柱转速对机械钻速和选装导向系统巴掌磨损的影响, 拟定在后续钻进中将钻柱转速调整为 $w = 104\text{ r/min}$, 并进行钻前钻柱动态安全评价。在给定转速 $w = 104\text{ r/min}$ 条

根据表 2 数据, 由式(18)和(19)可得钻柱等效应力幅值 σ_{da} 和等效平均应力 σ_{dm} 分别为 15.7 和 58.05 MPa。由式(20)可得钻柱疲劳极限 σ_{-1} 和疲劳许用应力幅值 $[\sigma_{-1}]$ 分别为 483.6 和 161.0 MPa。由式(21)得考虑平均应力影响下的许用应力幅值

σ_a 为 149.7 MPa

表2 三个方向上的主应力

Table 2 Calculation data of three principal stresses				
应力类别	最大应力/MPa	最小应力/MPa	等效应力幅值 σ_{da} /MPa	等效平均应力 σ_m /MPa
σ_1	52.80	-9.06	30.93	21.87
σ_2	20.34	-22.44	21.39	-1.05
σ_3	8.07	-59.10	33.59	-25.52

从上述计算结果可以看出,将钻柱转速调整至 $w=104\text{ r/min}$ 后钻柱等效应力幅值 σ_{da} 远低于许用应力幅值 σ_a 和钻柱屈服强度 $\sigma_s=758\text{ MPa}$ 。因此在该转速下包含旋转导向钻井系统的钻柱是安全的。图5为 $w=104\text{ r/min}$ 时实钻过程中所测得的纵向和横向振动加速度随时间的变化。与图3($w=95\text{ r/min}$)相比,此时钻柱横向振动加速度幅值显著降低,表明在本例中对钻柱转速的调成成功的改变了钻柱系统的动力特性,为推靠式旋转导向钻井系统在井下的安全运行提供了保障。

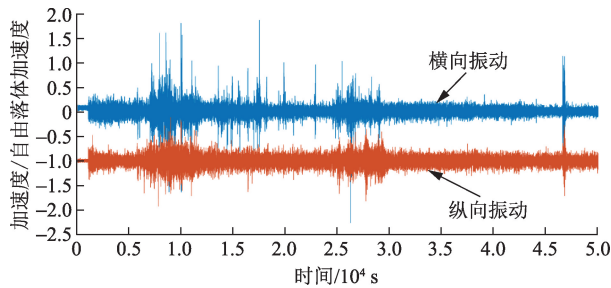


图5 $w=104\text{ r/min}$ 条件下钻柱轴向和横向加速度测量值

Fig.5 Accelerations of drill-string in longitudinal and lateral directions under $w=104\text{ r/min}$

4 结 论

(1) 钻柱动应力和钻头侧向力处于剧烈波动状态(本文条件下分别为 $0\sim60\text{ MPa}$ 和 $0\sim30\text{ kN}$),转速对钻柱动应力和钻头侧向力的波动幅值和波动周期均有显著影响,从而导致钻柱出现疲劳破坏(尤其是钻柱存在初始裂纹时)。

(2) 建立的底部钻具组合动态安全评价流程可进行推靠式旋转导向系统的钻柱疲劳失效原因分析及钻前动态安全评价,为安全钻井参数和钻具组合的优化设计提供依据。

参考文献:

[1] 毕雪亮,王长江,阎铁,等. 深井钻具失效分析与预防[J]. 钻采工艺,2005,28(6):27-30.

BI Xueliang, WANG Changjiang, YAN Tie, et al. Anal-

ysis and precaution of drilling tools failure in deep well[J]. Drilling & Production Technology, 2005,28(6):27-30.

[2] 林元华,骆发前,施太和,等. 塔里木油田钻具失效原因[J]. 钻采工艺,2007,30(5):21-23.

LIN Yuanhua, LUO Faqian, SHI Taihe, et al. Reasons of drilling tool failure in Tarim Oilfield[J]. Drilling & Production Technology, 2007,30(5):21-23.

[3] 祝效华,刘少胡,董华. 气体钻井钻杆冲蚀规律[J]. 石油学报,2010,31(6):1013-1017.

ZHU Xiaohua, LIU Shaohu, DONG Hua. A study on the drill pipe erosion law in gas drilling[J]. Acta Petrolei Sinica, 2010,31(6):1013-1017.

[4] 阎铁,毕雪亮,王长江. 基于支持向量机和聚类分析理论的钻具失效分析方法[J]. 石油学报,2007,28(3):135-140.

YAN Tie, BI Xueliang, WANG Changjiang. Failure analysis of drill stem based on support vector machine and cluster analysis theory[J]. Acta Petrolei Sinica, 2007,28(3):135-140.

[5] 张强,蒋豹,崔巍,等. 垂直井筒内悬挂管柱屈曲演变有限元分析[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2019,43(4):151-158.

ZHANG Qiang, JIANG Bao, CUI Wei, et al. Finite element analysis of buckling evolution of suspended tubings in vertical wellbores[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2019,43(4):151-158.

[6] 刘康,陈国明,朱敬宇,等. 深水测试管柱接触非线性力学行为[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2018,42(4):143-149.

LIU Kang, CHEN Guoming, ZHU Jingyu, et al. Mechanical behaviors in nonlinear contact of deepwater test strings[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2018,42(4):143-149.

[7] 肖芳淳. 断裂力学在石油管柱中的应用[M]. 北京:石油工业出版社,1986:1-5.

[8] 张光伟,侯鹏鹏,李军强,等. 带旋转导向钻具 BHA 纵向振动特性研究[J]. 煤矿机械,2019,40(11):46-49.

ZHANG Guangwei, HOU Pengpeng, LI Junqiang, et al. Study on longitudinal vibration characteristics of BHA with rotary guided drilling tool[J]. Coal Mine Machinery, 2019, 40(11): 46-49.

[9] WILSON J K, HEISIG G. Investigating the benefits of induced vibrations in unconventional horizontals via nonlinear drill string dynamics modeling[R]. SPE 173049, 2015.

[10] 祝效华,李柯. 隔水管弯曲对钻柱振动影响的计算与

- 分析[J]. 应用力学学报, 2020, 37(1): 128-133.
- ZHU Xiaohua, LI Ke. Effects of the bending of the riser on the vibration of the drill string[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2020, 37(1): 128-133.
- [11] 韩春杰, 王祥旭, 郭明, 等. 反转激发的以拍形式存在的钻柱横向振动[J]. 石油矿场机械, 2019, 48(6): 21-26.
- HAN Chunjie, WANG Xiangxu, GUO Ming, et al. Lateral vibration of the drill string in the form of a beat induced by an inverted excitation [J]. Oil Field Equipment, 2019, 48(6): 21-26.
- [12] DYKSTRA M W. Nonlinear drillstring dynamics[D]. Oklahoma: University of Tulsa, 1996.
- [13] 章扬烈. 钻柱运动学与动力学[M]. 北京: 石油工业出版社, 2001: 3-28.
- [14] 史玉才, 滕志想, 白璟, 等. 改进的静态推靠式旋转导向钻具组合力学模型[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2018, 42(5): 75-80.
- SHI Yucai, TENG Zhixiang, BAI Jing, et al. Improved mechanical model of the static push-the-bit rotary steerable bottomhole assembly [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2018, 42(5): 75-80.
- [15] 李军, 李东春, 张辉, 等. 推靠式旋转导向工具造斜能力影响因素[J]. 石油钻采工艺, 2019, 41(4): 460-466.
- LI Jun, LI Dongchun, ZHANG Hui, et al. The influencing factors of the inclination ability of push-the-bit rotary guiding tool [J]. Oil Drilling & Production Technology, 2019, 41(4): 460-466.
- [16] 胡以宝, 狄勤丰, 李汉兴, 等. 带旋转导向工具底部钻具组合的动力学特性分析及参数优化[J]. 石油钻采工艺, 2011, 33(2): 8-11.
- HU Yibao, DI Qinfeng, LI Hanxing, et al. Dynamic characteristics analysis and parameter optimization of rotary steering bottom-hole assembly [J]. Oil Drilling & Production Technology, 2011, 33(2): 8-11.
- [17] FERNANDEZ M A, INCIARTE G, RAMONES R, et al. Dynamic analysis of stabilized drilling strings performance in low-dip wells[R]. SPE 81148-MS, 2003.
- [18] 胡以宝. 基于实际井眼轨迹的钻柱动力学特性有限元分析[D]. 上海: 上海大学, 2011.
- HU Yibao. Finite element analysis of dynamic characteristics of drill string based on actual well path [D]. Shanghai: Shanghai University, 2011.
- [19] JOGI P N, MACPHERSON J D, NEUBERT M. Field verification of model-derived natural frequencies of a drill string [J]. Journal of Energy Resources Technology, 2002, 124: 154-162.
- [20] 刘鸿文. 材料力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1992: 343-356.
- [21] BUDYNAS R G, NISBETT J K. Shigley's mechanical engineering design [M]. 10th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015: 265-280.
- (编辑 李志芬)