

相中,与岩石接触时可吸附在岩石表面,进一步减小其接触角。

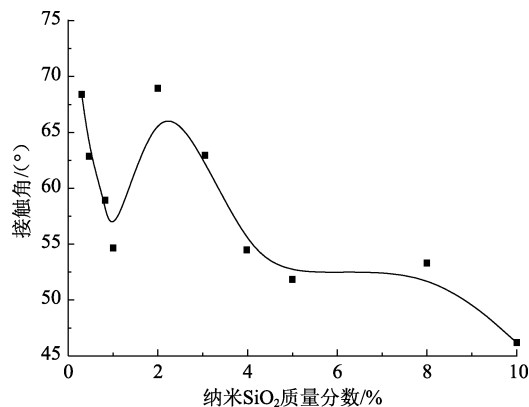


图5 不同质量分数纳米相渗调节剂与压片接触角曲线

Fig.5 Contact angle curves of nano-scale relative permeability modifiers and tablets with different mass fraction

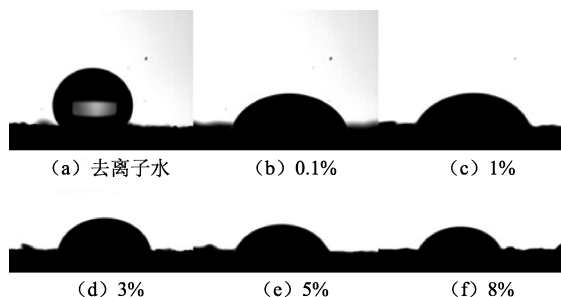
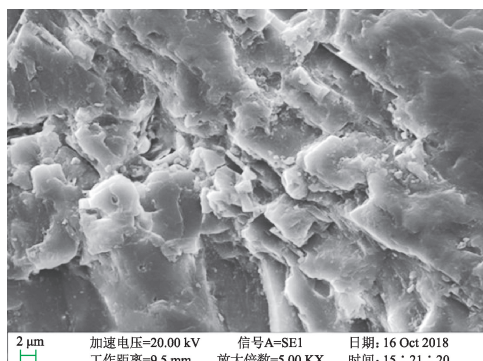


图6 不同质量分数纳米相渗调节剂与压片接触角示意图

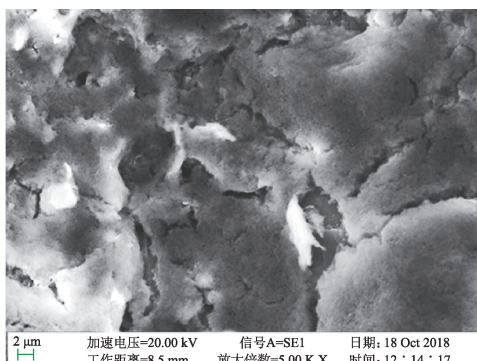
Fig.6 Schematic diagram of contact angle between different mass fraction of nano-scale relative permeability modifiers and tablet pressing

2.2.4 吸附性能

未经纳米相渗调节剂处理的碳酸盐岩岩样表面



(a) 碳酸盐岩岩石表面



(b) 相渗改善剂处理后岩石表面

图7 相渗调节剂处理前、后碳酸盐岩表面形态

Fig.7 Surface morphology of carbonate rock before and after treatment with phase permeability regulator

由图9可知,3个阶段驱替过程压差变化与水相驱替过程压差变化相似;油驱过程中(图9(a))启动压差为0.2 MPa,最终压差在0.325 MPa左右

极不平整,岩样表面沟槽较多,且棱角尖锐(图7(a));经纳米相渗调节剂处理后的岩样表面均匀平滑,并且表面被纳米吸附膜包覆,将原有表面完全覆盖(图7(b))。纳米相渗调节剂通过其亲油基团吸附在亲油岩石表面,并形成牢固的吸附膜,且吸附膜具有更大的比表面积,因此其润湿性能更强,且相渗调节剂为O/W型乳液,所以经相渗调节后的岩石具有亲水性能,从而对水相的相对渗透率有大幅度降低的作用。

2.3 岩心驱替试验

2.3.1 单相驱替试验

(1)单相驱替试验过程包括水驱(图8(a))、反注调节剂驱(图8(b))和后续水驱(图8(c))3个阶段,驱替速度为2 mL/min,围压为5 MPa,保持恒定温度60℃。岩心水测渗透率为 $2.35 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$,注入质量分数为5%的纳米相渗调节剂。

由图8可知,水驱启动压差为0.2 MPa,随着水不断进入岩心孔隙中,驱动压力不断增大,当水相突破岩心,注入压力保持稳定,压差稳定在0.35 MPa;反注调节剂进入已有水相通道后,其压差迅速增加至约8 MPa,随后呈波动增加,当注入体积为 $2.7V_p$ (V_p 为孔隙体积)时,其压差保持基本稳定;后续水驱后其压差明显增加,最终稳定压差为4.25 MPa,远高于水驱稳定压差,说明相渗调节剂可明显降低水相渗透率,起到控水的作用。

(2)单相驱替试验用油相驱替过程同水相驱替过程,包括油驱(图9(a))、反注调节剂(图9(b))和后续油驱(图9(c))3个阶段。其油相渗透率为 $2.65 \times 10^{-3} \mu\text{m}^2$,注入相同质量分数的纳米相渗调节剂。

其压差基本稳定,说明纳米调节剂对油相渗透率 几乎没有影响。

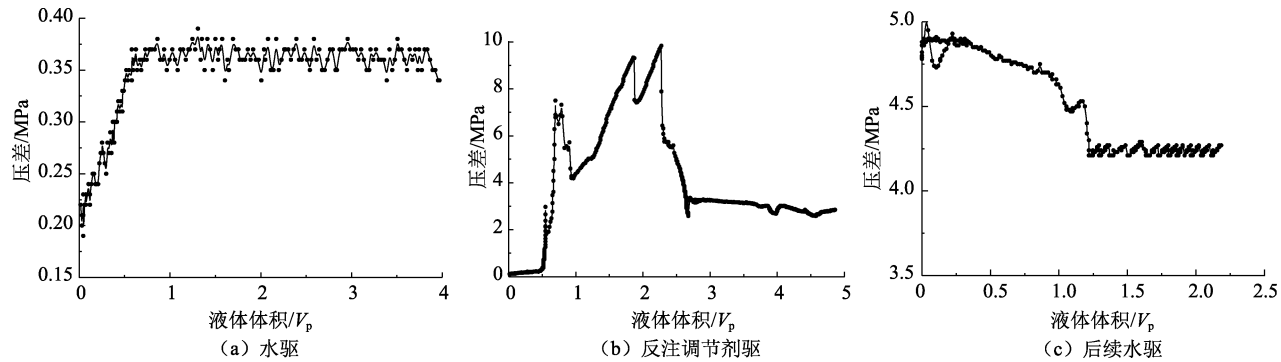


图 8 水相驱替过程中岩心两端压差随注入液体体积的变化

Fig. 8 Variation of pressure difference at both ends of core with volume of injected liquid during water flooding

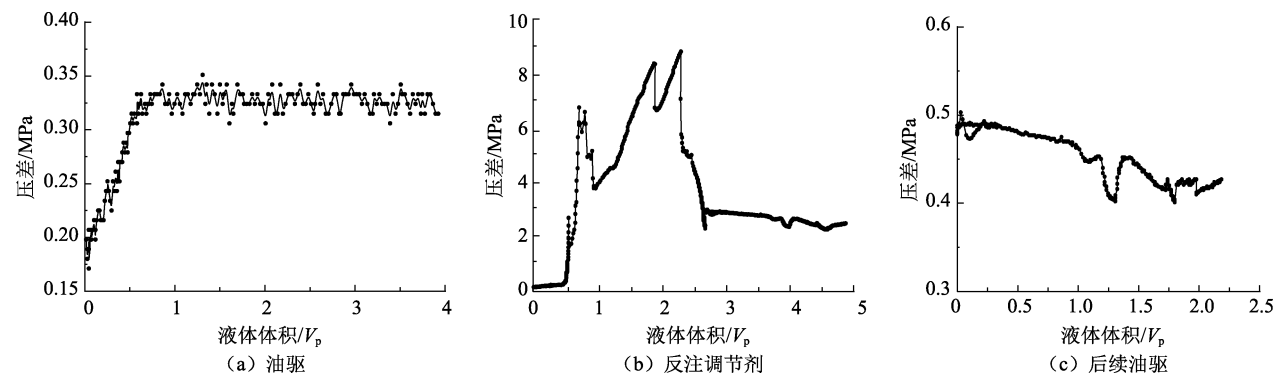


图 9 油相驱替过程中岩心两端压差随注入液体体积的变化

Fig. 9 Variation of pressure difference at both ends of cores with volume of injected liquid during oil flooding

对比用纳米相渗调节剂处理岩心前后绝对渗透率变化(表 1),油相绝对渗透率基本保持稳定,岩心后续经油相驱替其绝对渗透率恢复率约超过 80%, 而其水相渗透率降低程度超过 80%;随纳米 SiO₂ 质量分数增大,标准化流体阻力比先增大后减小,可知纳米 SiO₂ 质量分数存在一定合适范围。

表 1 不同质量分数纳米相渗调节剂处理岩心前、后油水相绝对渗透率变化

纳米 SiO ₂ 质量分 数/%		改善前油相 渗透 k _o / 10 ⁻³ μm ²	改善前水相 渗透率 k _w / 10 ⁻³ μm ²	改善后油相 渗透率 k' _o / 10 ⁻³ μm ²	改善后水相 渗透率 k' _w / 10 ⁻³ μm ²	k _o 降 低/%	k _w 降 低/%	油相残余 阻力系数/ 10 ⁻³ μm ²	水相残余 阻力系数/ 10 ⁻³ μm ²	标准化流 体阻力比
1	1	22.338	8.935	17.095	2.393	23.47	73.22	1.307	3.734	2.857
	2	11.827	4.482	9.223	0.891	22.02	80.11	1.282	5.030	3.924
	3	1.758	0.703	1.354	0.133	20.99	83.77	1.298	5.286	4.072
5	4	21.352	8.541	18.476	0.997	13.47	88.32	1.155	8.566	7.416
	5	10.487	4.193	9.226	0.408	12.02	90.13	1.367	10.276	7.517
	6	1.558	0.623	1.386	0.038	10.99	93.78	1.124	16.395	14.586
10	7	24.345	9.738	19.585	1.924	19.56	80.24	1.243	5.061	4.078
	8	12.726	5.094	10.419	0.850	18.13	83.31	1.221	5.992	4.907
	9	2.137	0.855	1.753	0.121	17.97	85.79	1.219	7.066	5.797

2.3.2 两相流动试验

试验采用调节剂质量分数为 5% 和 3 种低渗 (渗透率约为 10×10⁻³、5×10⁻³ 和 1×10⁻³ μm²) 岩心 10、11、12 号。在驱替过程中,流速恒定为 2 mL/min,围压为 5 MPa,保持恒定温度 60 ℃;对岩石相

渗改善时,注入 5V_p 的相渗改善剂,静置 24 h,使相 渗改善剂充分吸附。

纳米相渗调节剂对岩油水相相对渗透率的影响 如图 10 所示。由图 10 知,岩心经调节剂处理后,等 渗点右移,其等渗饱和度由约 40% 变为超过 60%,

岩石润湿性得到明显改善;相渗调节剂可增加水相流动阻力,明显降低水相渗透率,可超过60%,高含水条件下其相对渗透率仍小于0.2;经相渗调节后,在低含水饱和度条件下,油相渗透率下降约20%,但油相渗透率明显高于水相渗透率。

从单相驱替试验(图8、9)和两相流动试验(图10)可知,纳米相渗改善剂可有效降低水相渗透率,但对油相渗透率影响微弱。主要是由于表面活性剂可以降低油水界面张力,纳米 SiO_2 颗粒在油水之间形成物理障碍,保证油相可在乳液中稳定存在;纳米

乳液进入岩石孔隙中,由于纳米乳液可润湿碳酸盐岩表面,使纳米颗粒在岩石表面吸附,形成纳米吸附膜;同时纳米 SiO_2 吸附膜增加了油相在岩石上的吸附,增大了孔隙含油饱和度从而降低水相渗透率。另外,由于纳米 SiO_2 存在,使纳米乳液油水界面膜强度增加,由活性剂稳定的界面变为活性剂和固体混合稳定的界面,界面膜强度增大使贾敏效应增强,增加了水流阻力,而油相通过时吸附原油对油相的阻力作用小于对水相的阻力,所以对油相的渗透率影响较小。

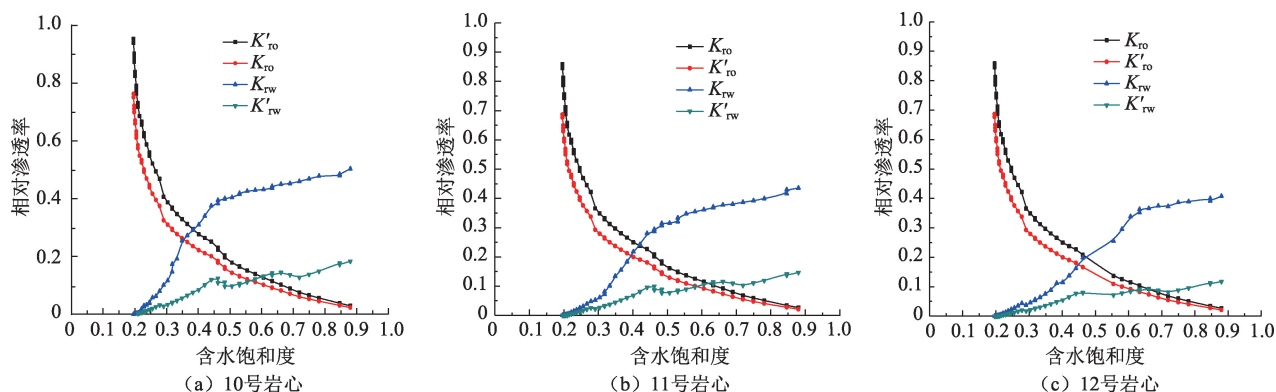


图10 纳米相渗调节剂对岩油水相相对渗透率的影响

Fig. 10 Effect of nano-scale relative permeability modifiers on relative permeability of rock oil-water phase

3 结论

(1) 相渗调节剂为O/W微乳液,粒度分布均匀,其粒径中值为4.351 nm;常温静置3个月可稳定存在。

(2) 不同质量分数下纳米相渗调节剂粒径中值为3~7 nm;油水界面张力为0.5~5 mN/m;可润湿碳酸盐岩压片,平均接触角为40°~75°。

(3) 经纳米相渗调节剂处理后的岩样表面均匀平滑,并通过其亲油基团吸附在亲油岩石表面,并形成牢固的吸附膜,从而改变岩石润湿性。

(4) 纳米相渗调节剂处理岩心后,在单相驱替条件下油相渗透率下降幅度低于20%,水相渗透率下降幅度超过80%;进行两相流动驱替时,岩石润湿性改变,等渗点右移,油相相对渗透率降幅较低,水相相对渗透率可降低60%以上,能够满足低渗碳酸岩油藏相渗调节的要求,起到稳油控水的作用。

参考文献:

[1] 刘新荣. 相渗透率改善剂驱油效果的实验研究[D]. 大庆: 东北石油大学, 2010.
LIU Xinrong. The experimental research on relative permeability modifier in displacement efficiency [D].

Daqing: Northeast Petroleum University, 2010.

[2] MILAD J S, KILIAN N A, ATUL Y. An innovative approach for RPM gel water shut-off simulation [R]. SPE 180191, 2016.
[3] AL-TAQ A A, NASR-EL-DIN H A, MOHAMMAD M S, et al. Potential damage due to relative permeability modifiers: laboratory studies and a case history [R]. SPE 112458, 2008.
[4] 郭平, 张营华, 刘煜. 油田相对渗透率调节剂研究与应用进展[J]. 胶体与聚合物, 2011, 29(1): 46-48.
GUO Ping, ZHANG Yinghua, LIU Yu. Progress of research and application for relative permeability modifiers in oilfield [J]. Chinese Journal of Colloid and Polymer, 2011, 29(1): 46-48.
[5] EL-DIASTY A I, ALY A M. Understanding the mechanism of nanoparticles applications in enhanced oil recovery [R]. SPE 175806, 2015.
[6] OGOLO N A, OLAFUYI O A, ONYEKONWU M O. Enhanced oil recovery using nanoparticles [R]. SPE 140744, 2012.
[7] JOSSEPH-IGBOR B, ORODU O D. Evaluating the oil mobilization properties of nanoparticles treated with Arabic gum and Xanthan gum for trapped oil in porous media [R]. SPE 184332, 2016.
[8] LI Shidong, TORSETER O. Experimental investigation of

- the influence of nanoparticles adsorption and transport on wettability alteration for oil wet berea sandstone [R]. SPE 172539, 2015.
- [9] LI S D, HENDRANINGRAT L, TORSATER O. Improved oil recovery by hydrophilic silica nanoparticles suspension: 2-phase flow experimental studies[R]. SPE 16707, 2013.
- [10] DING A L, GOEDEL W A. Experimental investigation of particle-assisted wetting [J]. Journal of American Chemical Society (Communication), 2006, 128: 4930-4931.
- [11] 罗明良,孙涛,吕子龙,等. 致密气层控水压裂用纳米乳液的制备及性能评价[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2016, 40(1): 155-162.
- LUO Mingliang, SUN Tao, LÜ Zilong, et al. Preparation and performance evaluation of nanoemulsions for water control fracturing in tight gas formations [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2016, 40(1): 155-162.
- [12] 顾春元,刘子昂,狄勤丰,等. 减阻纳米颗粒吸附岩心表面的去水湿作用机制与实验[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2018, 42(4): 174-180.
- GU Chunyuan, LIU Ziang, DI Qinfeng, et al. Mechanism and experiment of dewetting of drag reduction nanoparticles adsorbed on core surface [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2018, 42(4): 174-180.
- [13] 彭宝亮,罗健辉,王平美,等. 用于低渗透油田调剖的纳米颗粒稳定泡沫体系研究进展[J]. 油田化学, 2017, 34(4): 745-748.
- PENG Baoliang, LUO Jianhui, WANG Pingmei, et al. Research progress of nanoparticle-stabilized foam system for profile control in low permeability oilfield [J]. Oil-field Chemistry, 2017, 34(4): 745-748.
- [14] 孙厚台. 低渗气藏功能纳米流体控水效果与机理研究[D]. 青岛: 中国石油大学(华东), 2013.
- SUN Houtai. Study on water control effect and mechanism of functional nanofluids in low permeability gas reservoir [D]. Qingdao: China University of Petroleum (East China), 2013.
- [15] SADEGHPOUR A, PIOLT F, CLATTER O. Submicrometer-sized pickering emulsions stabilized by silica nanoparticles with adsorbed oleic acid [J]. Langmuir, 2013, 29(20): 6004-6012.
- [16] ROGER K, CABANE B. Uncontaminated hydrophobic/water interfaces are a reply [J]. Angewandte Chemie-International Edition, 2012, 124: 13117-13119.
- [17] 曲岩涛,王建,李奋,等. 油藏岩石润湿性测试方法: SY/T5153-2007[S]. 北京: 石油工业出版社, 2008: 4-5.
- [18] 曲岩涛,戴志坚,李桂梅,等. 岩心分析方法: SY/T5336-2006[S]. 北京: 石油工业出版社, 2007: 98-116.
- [19] 张祖波,罗曼莉,洪颖,等. 岩石中两相相对渗透率测定方法: SY/T5345-2007[S]. 北京: 石油工业出版社, 2008: 5-7.

(编辑 李志芬)

缝洞型碳酸盐岩油藏流固耦合数值模拟

黄朝琴¹, 周旭¹, 刘礼军¹, 黄涛¹, 姚军¹, 王晓光², HERVÉ Jourde²

(1. 中国石油大学(华东)油气渗流研究中心, 山东青岛 266580; 2. 法国国家科学研究中心水文科学所, 蒙彼利埃 34095)

摘要:缝洞型碳酸盐岩油藏分布广、储量大,但储集空间类型多样并可跨越多个尺度,宏观上表现为渗流-自由流耦合特征;且埋藏较深,超过 5 300 m,裂缝和溶蚀孔洞在开发过程中易发生变形,具有强应力敏感性。考虑储层介质的弹性变形,建立离散缝洞模型的流固耦合数学模型及其数值模拟方法。其中多孔介质渗流区域采用 Biot 方程,在渗流场和应力场中均对裂缝进行降维处理,建立离散裂缝的 Biot 流固耦合模型;溶洞为自由流区域,采用 Navier-Stokes 方程;两个区域间通过扩展的 Beavers-Joseph-Saffman 条件进行耦合。应用混合有限元方法对该流固耦合模型进行数值求解,其中渗流区域采用经典的 Galerkin 有限元方法,自由流区域采用 Taylor-Hood 混合元方法,通过数值算例验证模型和方法的正确性。结果表明:溶洞中的压力传播速度较快,相对于渗流区域可视为一流动等势体;在降压生产过程中,裂缝尖端和溶洞附近区域易发生较大面积的破坏,而较高的流体压力对于溶洞和裂缝壁面具有一定的支撑作用,因此在此类油气藏的开发中应适当采取保压措施,以避免溶洞坍塌和裂缝闭合。

关键词:缝洞型油藏; 渗流-自由流耦合; 流固耦合; 离散缝洞模型; 数值模拟

中图分类号:TE 319; TE 312 **文献标志码:**A

引用格式:黄朝琴,周旭,刘礼军,等. 缝洞型碳酸盐岩油藏流固耦合数值模拟[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2020,44(1):96-105.

HUANG Zhaoqin, ZHOU Xu, LIU Lijun, et al. Numerical modeling for coupled hydro-mechanical processes in fractured-vuggy carbonate reservoirs[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2020, 44(1): 96-105.

Numerical modeling for coupled hydro-mechanical processes in fractured-vuggy carbonate reservoirs

HUANG Zhaoqin¹, ZHOU Xu¹, LIU Lijun¹, HUANG Tao¹, YAO Jun¹,
WANG Xiaoguang², HERVÉ Jourde²

(1. Research Center of Multiphase Flow in Porous Media, China University of Petroleum (East China),
Qingdao 266580, China;

2. Laboratoire Hydro Sciences Montpellier (HSM), Montpellier 34095, France)

Abstract: Many fractured-vuggy carbonate oil reservoirs have been found around the world, which have significant contributions to the oil and gas reserves. The storage and transport spaces of such reservoirs mainly consist of pores, fractures and cavities, with dimensions ranging from micrometers to meters, which can result in coupling of porous flow and free fluid flow in the reservoir. The depths of these reservoirs in Northwest China are over 5 300 m. Therefore, the geo-mechanical effects need to be considered. In this study, a novel hydro-mechanical model based on the discrete fracture-vug model was developed. The hydro-mechanical coupling process was described by using Biot's equations within the porous matrix and Stokes equations within the vugs, and an extended Beavers-Joseph-Saffman boundary condition on the porous-fluid interface was applied. The corresponding numerical scheme based on a finite element method was proposed. The classical Galerkin finite element method was used for discretizing the Biot equations, and the Taylor-Hood mixed element method was applied to the free fluid flow region.

收稿日期:2019-05-26

基金项目:中石油重大科技专项(ZD2019-183-008);中央高校基本科研业务费专项(18CX05029A, 17CX06007);国家重大科技专项(2017ZX05009-001, 2016ZX05060-010);国家自然科学基金重大项目(51490654)

作者简介:黄朝琴(1981-),男,副教授,博士,研究方向为复杂介质渗流理论及其数值模拟。E-mail: huangzhqin@upc.edu.cn。

Several numerical examples were designed to validate the proposed model and to demonstrate the computational procedure for evaluation of the hydro-mechanical behaviors of the fractured-vuggy carbonate reservoirs. The simulation results show that a cavity can be considered as an equal-potential flow region due to a faster propagation of the pressure within the cavity than that in the porous flow region. During the depletion production, mechanical failure of rock matrix can occur around the fractures' tips and cavities' boundary area, and high fluid pressure is beneficial to avoid the collapse of the cavities and the closure of the fractures. Therefore, effective pressure maintenance during production of the fractured-vuggy carbonate reservoirs is recommended.

Keywords: fractured-vuggy carbonate reservoirs; coupling porous-free-flow; hydro-mechanical coupling; discrete fracture-vug model; numerical simulation

中国西部碳酸盐岩油藏油气资源丰富,其中缝洞型约占 2/3,是增储上产的现实领域^[1]。与孔隙型和裂缝型碳酸盐岩油藏不同,缝洞型油藏从储集空间到流动规律都有较大差异^[2-5],传统的 Darcy 渗流理论已不完全适用^[6]。对此,研究者提出了离散缝洞模型^[7-8],采用 Darcy-N-S (Navier-Stokes) 方程来表征渗流-自由流耦合流动。缝洞型碳酸盐岩油藏埋藏深度超过 5 300 m,为深层油气资源^[9]。裂缝和溶蚀孔洞在开发过程中易发生变形,具有强应力敏感性^[10-13]。Murad 等^[14]在 Beavers-Joseph-Saffman (BJS) 条件基础上,考虑岩石变形影响,将 BJS 条件扩展至流固耦合研究中。Badia 等^[15]应用扩展的 BJS 条件,基于有限元对 Biot-N-S (Navier-Stokes) 方程进行了数值研究,Ambartsumyan 等^[16]则通过引入 Biot-N-S 方程拉格朗日乘子来构造稳定有限元格式。Zhang 等^[17]针对缝洞介质提出了一种流固耦合计算格式,应用 FLAC3D 软件^[18]开展了数值模拟研究。但其研究忽略了渗流-自由流界面上的切向流动;同时裂缝未采用几何降维处理,导致计算量大难以实际应用。对此,笔者建立离散缝洞流固耦合数学模型。多孔介质渗流区域采用 Biot 方程,并对裂缝进行降维处理,采用 Galerkin 有限元求解;溶洞中采用 N-S 方程,采用 Taylor-Hood 混合元方法求解;两区域间通过扩展 BJS 条件耦合。通过两个经典数值算例验证了模型和方法的正确性。在此基础上,通过实际缝洞型油藏算例对开采过程中的裂缝和溶洞变形及其对产量的影响进行研究。

1 离散缝洞流固耦合数学模型建立

缝洞型碳酸盐油藏一般经历了多期构造运动和岩溶作用^[1],导致介质中发育着大量裂缝和溶蚀孔洞,如图 1(a)所示。因此缝洞型储层介质为一复杂的离散缝洞模型,如图 1(b)所示。在该模型中,基质岩块和裂缝组成渗流系统,为经典的离散裂缝模型,其中的流动满足 Darcy 定律;溶洞系统为自由流区域,流体流动采用 N-S 方程;两区域间采用 BJS

条件^[19-20]耦合。

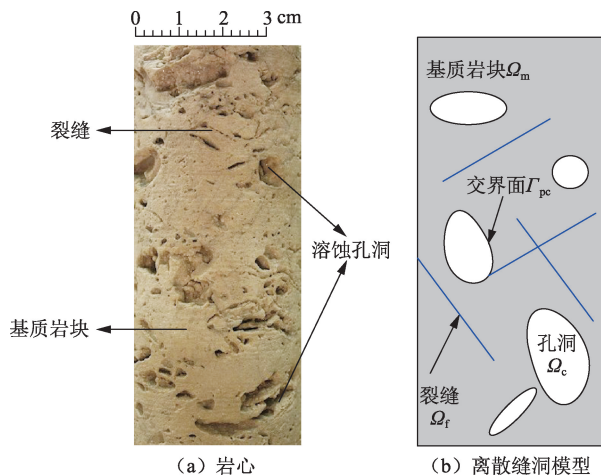


图 1 缝洞型油藏岩心及离散缝洞模型示意图

Fig. 1 Typical core of fractured vuggy carbonate reservoirs and discrete fracture-vug model

1.1 渗流区域流固耦合模型

为进一步考虑渗流区域介质的变形影响,假设多孔介质渗流区域满足弹性小变形假设,并考虑微可压缩流体的等温单相流动过程,其流固耦合过程由以下方程予以描述^[12]。

(1) 平衡方程为

$$\nabla \cdot \sigma_p + \rho_p g = 0, \quad \rho_p = (1 - \varphi) \rho_s + \varphi \rho_f. \quad (1)$$

式中, σ_p 为应力,以拉伸为正,下标 p 表示多孔介质区域; ρ_p 、 ρ_s 和 ρ_f 分别为多孔介质、固体骨架和流体的密度; φ 为多孔介质孔隙度; g 为重力加速度。

(2) 本构方程为

$$\sigma' = \sigma_p + \alpha p_p I = C : \varepsilon_s. \quad (2)$$

式中, σ' 为岩石有效应力; α 为 Biot 有效应力系数; p_p 为孔隙流体压力; I 为单位张量; C 为固体骨架的弹性模量; ε_s 为固体骨架的应变张量,满足以下几何协调方程。

(3) 几何方程为

$$\varepsilon_s = \frac{1}{2} (\nabla u_s + \nabla^T u_s), \quad \varepsilon_v = \text{trace}(\varepsilon_s). \quad (3)$$

式中, u_s 为固体骨架位移, ε_v 为相应的体积应变。

(4) Darcy 方程为

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu} (\nabla p_p - \rho_f \mathbf{g}). \quad (4)$$

式中, $\mathbf{v}$ 为多孔介质渗流速度; $\mathbf{k}$ 为多孔介质渗透率; μ 为流体黏度。

(5) 连续性方程为

$$\rho_f \left(\frac{1}{M} \frac{\partial p_p}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} \right) + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{v}) = \rho_f q. \quad (5)$$

其中

$$\frac{1}{M} = \frac{\varphi}{K_f} + \frac{\alpha - \varphi}{K_s}.$$

式中, q 为源汇项; K_f 为孔隙流体的体积弹性系数(流体压缩系数的倒数); K_s 为固体骨架的体积弹性系数; M 为 Biot 模量, 描述多孔介质体积不变的情况下, 在流体压力作用下进入多孔介质中的流体^[21-22]。

在弹性小变形条件下, 弹性模量 $\mathbf{C}$ 和 Biot 有效应力系数 α 均可视为常数。孔隙度 φ 和渗透率 k 一般是有效应力的函数^[23]。研究中所有的微裂缝(包括节理)和微溶孔均包含于基质岩块系统中, 可视为等效的连续介质模型。对于宏观裂缝, 如图 2 所示。

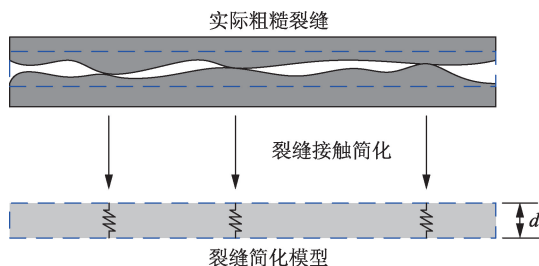


图 2 实际粗糙裂缝简化示意图

Fig. 2 Schematic of a real rough fracture and the simplified conceptual fracture

由于裂缝壁面粗糙且相互接触, 与此同时裂缝通常被其他物质充填^[24]; 因此本文将宏观裂缝视为狭长的高渗透区域, 仍属于多孔介质渗流区域。然而, 相对于整体缝洞介质研究区域的特征尺度, 裂缝可简化为一个弹性薄层。为避免裂缝区域的大量精细网格剖分, 本文中在几何上对裂缝采用降维处理^[25], 建立相应的离散裂缝流固耦合模型。

1.2 溶洞自由流区域流动方程

考虑溶洞中微可压缩流体的低雷诺数等温层流流动问题, 满足下述方程。

(1) Navier-Stokes 方程为

$$\rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{u}_f}{\partial t} + (\mathbf{u}_f \cdot \nabla) \mathbf{u}_f \right] = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_f + \rho_f \mathbf{g}. \quad (6)$$

式中, $\mathbf{u}_f$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_f$ 分别为溶洞中的流体速度和应力。

(2) 本构方程为

$$\boldsymbol{\sigma}_f = -p_f \mathbf{I} + 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_f. \quad (7)$$

式中, $\boldsymbol{\varepsilon}_f$ 为流体应变张量, 满足以下几何协调方程。

(3) 几何方程为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_f = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u}_f + \nabla^T \mathbf{u}_f). \quad (8)$$

(4) 连续性方程为

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_f \mathbf{u}_f) = 0. \quad (9)$$

1.3 渗流-自由流耦合界面条件

如图 1(b) 所示, 在渗流-自由流耦合交界面 Γ_{pc} 上, 需要引入相适应的界面条件。对于单一流场问题, 一般采用 BJS 条件来耦合 Darcy 方程和 N-S 方程。对于流固耦合问题, 需要在界面处进一步考虑多孔介质骨架变形的影响, 根据质量和动量守恒定律可采用拓展的 BJS 界面条件^[14, 26-27],

$$\begin{cases} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s) \cdot \mathbf{n}, \\ \boldsymbol{\sigma}_f \cdot \mathbf{n} = \boldsymbol{\sigma}_p \cdot \mathbf{n}, \\ \mathbf{n} \cdot 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_f \cdot \mathbf{n} = p_f - p_p, \\ \boldsymbol{\tau} \cdot 2\mu \boldsymbol{\varepsilon}_f \cdot \mathbf{n} = -\frac{\beta}{\sqrt{\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\tau}}} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_s) \cdot \boldsymbol{\tau}. \end{cases} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{n}$ 和 $\boldsymbol{\tau}$ 分别为渗流和自由流耦合交界面 Γ_{pc} 的单位法向量(指向渗流区域)和单位切向量; β 为耦合交界面上的 BJS 速度滑移系数。

2 有限元数值求解

采用有限元方法求解上述离散缝洞流固耦合数学模型。其中渗流区域采用标准的 Galerkin 有限元方法, 自由流区域采用 Taylor-Hood 混合元方法, 裂缝采用降维处理。

2.1 渗流区域数值离散格式

对于渗流区域的 Biot 多孔弹性力学方程, 数值计算格式以节点位移和压力为未知量, 即 $\mathbf{u}_s - p_p$ 格式^[28]。采用标准的 Galerkin 有限元方法进行离散, 则多孔介质区域流固耦合方程(1)和(5)离散后的有限元计算格式为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{L}^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ p_p \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{H} & 0 \\ -\mathbf{L} & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_s \\ p_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_p \\ \mathbf{f}_p \end{Bmatrix}. \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{K}_p = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} d\Omega,$$

$$\mathbf{L} = \int_{\Omega} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\alpha} \mathbf{N} d\Omega,$$

$$\mathbf{H} = \int_{\Omega} (\nabla \mathbf{N})^T \mathbf{k} (\nabla \mathbf{N}) d\Omega,$$

$$\mathbf{M}_s = \int_{\Omega} \mathbf{N}^T \frac{1}{M} \mathbf{N} d\Omega.$$