文章编号:1673-5005(2019)06-0059-08 doi:10.3969/j.issn.1673-5005.2019.06.007

考虑大变形的深水立管涡激振动非线性分析方法

吴学敏[1,2],滕文刚[3],王 辉[3]

(1. 中国海洋大学山东省海洋工程重点实验室,山东青岛 266100; 2. 青岛农业大学建筑工程学院,山东青岛 266109; 3. 中石油华东设计有限公司,山东青岛 266000)

摘要:在以往研究成果的基础上,提出考虑大变形的深水立管涡激与参激耦合振动的力学模型,并开发相应的计算程序。在验证新模型计算程序可靠性的基础上,以服役于 1 500 m 水深的深水顶张式立管为算例,对其涡激振动的动力特性、涡激振动的响应特征以及涡激参数和环境荷载参数对立管振动响应的影响进行研究。结果表明:提出的分析方法能够很好地预测深水立管涡激振动的特征,深水立管的涡激振动响应受顶端平台激扰的影响,其响应特征是环境荷载、立管结构参数、顶部平台垂荡运动的函数。

关键词:深水立管; 大变形; 参数激扰; 涡激振动; 几何非线性; 动力分析

中图分类号:TE 53 **文献标志码**:A

引用格式:吴学敏,滕文刚,王辉. 考虑大变形的深水立管涡激振动非线性分析方法[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2019,43(6):59-66.

WU Xuemin, TENG Wengang, WANG Hui. A non-linear analysis method for vortex-induced vibration of deepwater risers with large deflection[J]. Journal of China University of Petroleum(Edition of Natural Science),2019,43(6):59-66.

A non-linear analysis method for vortex-induced vibration of deepwater risers with large deflection

WU Xuemin[1,2], TENG Wengang[3], WANG Hui[3]

(1. *Shandong Key Laboratory of Ocean Engineering*, *Ocean University of China*, *Qingdao* 266100, *China*;
2. *Architectural and Civil Engineering Institute*, *Qingdao Agricultural University*, *Qingdao* 266109, *China*;
3. *CNPC East China Design Institute Company Limited*, *Qingdao* 266000, *China*)

Abstract: A new non-linear analysis method was proposed in this work to predict the vortex-induced vibration(VIV) response of deepwater riser, in which large deformation of risers was considered, and accordingly a program for the solution of the model was designed. In this paper, the VIV response of deepwater top tensioned riser operated in a water depth of 1 500 m was investigated as a case study. The new method can be used to predict the VIV characters of deepwater risers, and the results indicate that the effect of the heave of a floating platform in VIV response of deepwater risers is strongly dependent on the environmental load, riser parameters, the amplitude and frequency of the heave.

Keywords: deepwater risers; large deflection; parameter excited vibration; vortex-induced vibration; geometric nonlinearity; dynamic analysis

一直以来,深水立管涡激振动的横向振动(垂直于立管轴向的振动)得到了国内外学者的广泛深入的研究[1]。目前国内外学者对参激振动和横向振动的耦合振动也有不少研究成果[2-8],但涉及考虑立管大变形的参激振动和横向振动的耦合振动研究较少。笔者在以往提出的考虑大变形深水立管涡激振动模型[9-15]的基础上,考虑深水立管顶端浮体的垂荡运动对立管涡激振动的影响,提出考虑大变形的深水立管参激振动与涡激振动的耦合振动模型(以下统称耦合模型),并在此模型的基础上研究考虑大变形(结构挠度与结构直径比例大于 1.0 即认为发生了大变形)时参数激扰对立管涡激振动响应的影响。

收稿日期:2019-03-14

基金项目:国家自然科学基金项目(51179179,51079136)

作者简介:吴学敏(1983-),女,高级工程师,博士,研究方向为海洋石油钻采。E-mail:xueminwu1984@126.com。

1 数学模型

图 1 为深海立管坐标系的选取及弯曲示意图。由考虑大变形的深水立管的涡激振动模型[9]得顺流向运动方程和横向运动方程。

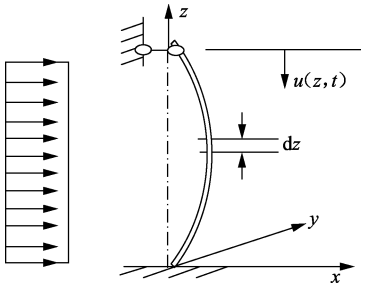


图 1 立管弯曲示意图

Fig. 1 Riser bending schematic diagram

顺流向运动方程为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 x(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_{\mathrm{I}}\kappa^2)\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial x(z,t)}{\partial t}=\frac{1}{2}C'_{\mathrm{D}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(4\pi f'_{\mathrm{s}}t). \tag{1}$$

横向运动方程为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_{\mathrm{I}}\kappa^2)\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial y(z,t)}{\partial t}=\frac{1}{2}C_{\mathrm{L}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(2\pi f'_{\mathrm{s}}t). \tag{2}$$

式中,$\bar{m}$ 为立管微元段平均质量;E_{I} 为抗弯刚度;T 为有效张力;t 为时间变量;$\kappa(z,t)$ 为立管弯曲振动时的轴线曲率;c 为结构阻尼;C'_{D} 为漩涡释放引起的脉动拖曳力系数;C_{L} 为横向涡激升力系数;ρ 为海水密度;D 为立管直径;U 为均匀海流流速;$\dot{x}$ 为立管横向振动速度;f'_{s} 为涡泄频率;$x(z,t)$ 为平面内的挠曲线(顺流向);$y(z,t)$ 为出平面的挠曲线(横向);z 为水深坐标。

参激振动与涡激振动的耦合振动模型[14]的顺流向运动方程为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 x(z,t)}{\partial z^4}-T\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial x(z,t)}{\partial t}=G_{\mathrm{As}}\kappa\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\frac{1}{2}C'_{\mathrm{D}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(4\pi f'_{\mathrm{s}}t). \tag{3}$$

横向运动方程为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4}-T\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial y(z,t)}{\partial t}=G_{\mathrm{As}}\kappa\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\frac{1}{2}C_{\mathrm{L}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(2\pi f'_{\mathrm{s}}t). \tag{4}$$

式中,G_{As}为立管的抗剪刚度。

模型假设立管的轴线不可伸长,现将两模型通过几何变形数值叠加得到考虑大变形的深水立管参激与涡激振动耦合模型,其顺流向运动方程为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 x(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_{\mathrm{I}}\kappa^2)\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial x(z,t)}{\partial t}=G_{\mathrm{As}}\kappa\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\frac{1}{2}C'_{\mathrm{D}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(4\pi f'_{\mathrm{s}}t). \tag{5}$$

横向运动方程为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_{\mathrm{I}}\kappa^2)\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial y(z,t)}{\partial t}=G_{\mathrm{As}}\kappa\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}+\frac{1}{2}C_{\mathrm{L}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(2\pi f'_{\mathrm{s}}t). \tag{6}$$

2 数值分析

2.1 数值求解

分析提出的模型特点发现,参数激扰对结构影响与结构的挠度、支座位移有关,而结构的挠度和支座位移是随时间不断变化的,系统的非线性特征较明显,所以对于运动方程的数值求解采用适用于非线性系统的 Newmark-β 法的增量形式进行求解。依据 Newmark-β 逐步积分法,δ 和 β 是与精度和稳定性有关的参数。当 $\delta>0.5$ 时,将产生算法阻尼,从而使振幅人为衰减;当 $\delta<0.5$ 时,产生负阻尼,积分计算过程中振幅逐步增长,通常取临界值 $\delta=0.5$, $\beta=0.25\times(0.5+\delta)^2=0.25$,此时的积分无条件稳定[13]。

当支座位移是定常值时,则问题回到梁的复杂弯曲振动。因此考虑立管顶端边界支座位移随时间变化的情况。

设

$$u(z,t)=u_0\lambda(t), \tag{7}$$

则

$$\frac{\partial u}{\partial z}\approx\frac{u_0}{l}\lambda(t). \tag{8}$$

式中,$u(z,t)$为立管顶端位移;u_0 为立管顶端位移幅值;l 为立管长度;$\lambda(t)$为一个已知时间函数。

$\lambda(t)$的取值根据参数激扰结构的运动规律得到,对于深水立管结构而言,主要考虑立管顶部浮体垂荡运动的影响。本文中主要研究在浮体的垂荡运动影响下立管的涡激振动。

此时,立管的涡激振动模型式(5)和(6)化为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 x(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_{\mathrm{I}}\kappa^2)\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial x(z,t)}{\partial t}=G_{\mathrm{As}}\kappa\frac{u_0}{l}\lambda(t)+\frac{1}{2}C'_{\mathrm{D}}\rho D(U-\dot{x})^2\cos(4\pi f'_{\mathrm{s}}t), \tag{9}$$

$$\bar{m}\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2}+E_{\mathrm{I}}\frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_{\mathrm{I}}\kappa^2)\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}+$$

$$c\frac{\partial y(z,t)}{\partial t}=G_{As}\kappa\frac{u_0}{l}\lambda(t)+\frac{1}{2}C_L\rho D(U-\dot{x})^2\cos(2\pi f'_s t). \tag{10}$$

分析式(9)和(10)可知,在有横向扰动的条件下,参数激扰将与横向激扰组合对立管涡激振动产生影响。由于参数激扰的大小与立管横向弯曲的挠度有关,因此考虑参数激扰时,系统的弯曲振动方程是一个隐式方程。式(9)和式(10)可分别表示为

$$\bar{m}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial t^2}+E_I\frac{\partial^4 x(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_I\kappa^2)\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial x(z,t)}{\partial t}=G_{As}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}\frac{u_0}{l}\lambda(t)+\frac{1}{2}C'_D\rho D(U-\dot{x})^2\cos(4\pi f'_s t), \tag{11}$$

$$\bar{m}\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2}+E_I\frac{\partial^4 y(z,t)}{\partial z^4}-(T-E_I\kappa^2)\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}+c\frac{\partial y(z,t)}{\partial t}=G_{As}\frac{\partial^2 x(z,t)}{\partial z^2}\frac{u_0}{l}\lambda(t)+\frac{1}{2}C_L\rho D(U-\dot{x})^2\cos(2\pi f'_s t). \tag{12}$$

将式(11)、(12)分离变量后得到的形式为

$$\bar{m}\sum_{n=1}^{\infty}\phi_n(z)\ddot{q}_n(t)+E_I\sum_{n=1}^{\infty}\phi''''_n(z)q_n(t)-(T-E_I\kappa^2)\sum_{n=1}^{\infty}\phi''_n(z)q_n(t)=f'_D(z,t)+G_{As}\sum_{n=1}^{\infty}\phi''_n(z)q_n(t)\frac{u_0}{l}\lambda(t), \tag{13}$$

$$\bar{m}\sum_{n=1}^{\infty}\phi_n(z)\ddot{q}_n(t)+E_I\sum_{n=1}^{\infty}\phi''''_n(z)q_n(t)-(T-E_I\kappa^2)\sum_{n=1}^{\infty}\phi''_n(z)q_n(t)=f_L(z,t)+G_{As}\sum_{n=1}^{\infty}\phi''_n(z)q_n(t)\frac{u_0}{l}\lambda(t). \tag{14}$$

利用振型的正交性将式(13)、(14)简化为

$$M_n\ddot{q}_n(t)+K_nq_n(t)+N_nq_n(t)=F_n(t)-K_{Gn}q_n(t)\lambda(t). \tag{15}$$

其中

$$M_n=\bar{m}\int_0^l\phi_n^2(z)\,\mathrm{d}z,$$

$$K_n=E_I\int_0^l\phi''^2_n(z)\,\mathrm{d}z,$$

$$N_n=(E_I\kappa^2-T)\int_0^l\phi''_n(z)\,\mathrm{d}z,$$

$$K_{Gn}=G_{As}\frac{u_0}{l}\int_0^l\phi'^2_n(z)\,\mathrm{d}z,$$

$$F_n(t)=\int_0^l\phi_n(z)f'_D(z)\,\mathrm{d}z/\int_0^l\phi_n(z)f_L(z)\,\mathrm{d}z.$$

式(15)右端的第二项中包括未知的广义坐标响应,因此只要支座位移不是常数,就必须采用数值方法求解。式(15)的非迭代格式可表示为

$$M_n\ddot{q}_n(t+\Delta t)+K_nq_n(t+\Delta t)+N_nq_n(t+\Delta t)=F_n(t+\Delta t)-K_{Gn}q_n(t)\lambda(t+\Delta t). \tag{16}$$

而迭代格式可表示为

$$M_n\ddot{q}_n^{i+1}(t)+K_nq_n^{i+1}(t)+N_nq_n^{i+1}(t)=F_n(t)-K_{Gn}q_n^{i}(t)\lambda(t). \tag{17}$$

2.2　模型验证

以提出的考虑参数激扰的深水立管涡激振动模型(式(9)和(10))为计算原理,编制相应的深水立管涡激振动响应计算程序 TTRPD1.0。

将提出的深水立管涡激振动模型应用于深水顶张力立管的涡激振动响应分析,并同立管涡激振动分析软件 shear7 的计算结果进行对比(图 2)。shear7 只能计算立管横向振动响应的均方根位移,所以程序 TTRPD1.0 只计算了横向振动的均方根位移。

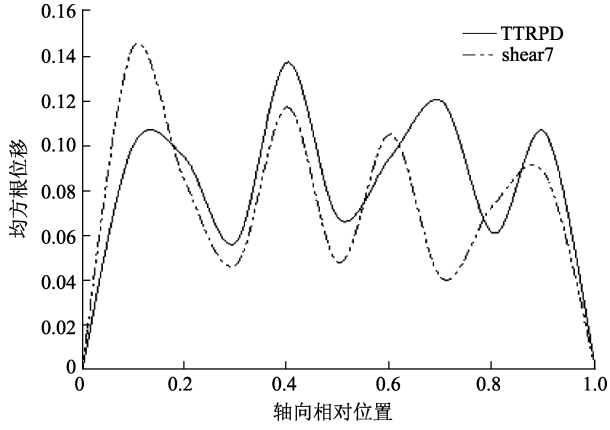


图 2　位移均方根分布(一端固定一端简支)

Fig. 2　Root meam square distribution of displacement along top tensioned riser

3　算例分析

3.1　基础参数及边界和初始条件

基础参数:立管长度为 1 500 m,外径为 0.323 9 m,内径为 0.285 m,弹性模量为 207 GPa,剪切模量为 79 kPa,材料密度为 7 850 kg/m^3,立管的顶张力为 5 400 kN,阻尼系数为 0.05。环境荷载模拟海流流速分别为 0.06、0.1、0.2、0.4、0.6、0.8 和 1.0 m/s。响应参数:拖曳系数为 1.0,附加质量系数为 1.0,升力系数为 0.9。这里只计算深水立管在匀速海流作用下的涡激振动响应。深水顶张力立管在海底是通过深水插式连接器与井口连接,其上为锥形的应力接头,因此应力接头处设置固定端约束较为合理。本文中主要研究深水半潜式钻井平台的垂荡运动对深水立管涡激振动的影响,将顶张力立管的

顶端视为可以沿着立管轴向发生位移的简支端。

立管的响应是由顶部平台和海流等环境荷载等引起的强迫运动,所以可以忽略运动初始条件对稳态运动的影响,因此初始条件取为零,即:初始位移为零($x_0=0, y_0=0$),初始速度为零($\dot{x}_0=0, \dot{y}_0=0$)和初始加速度也为零($\ddot{x}_0=0, \ddot{y}_0=0$)。

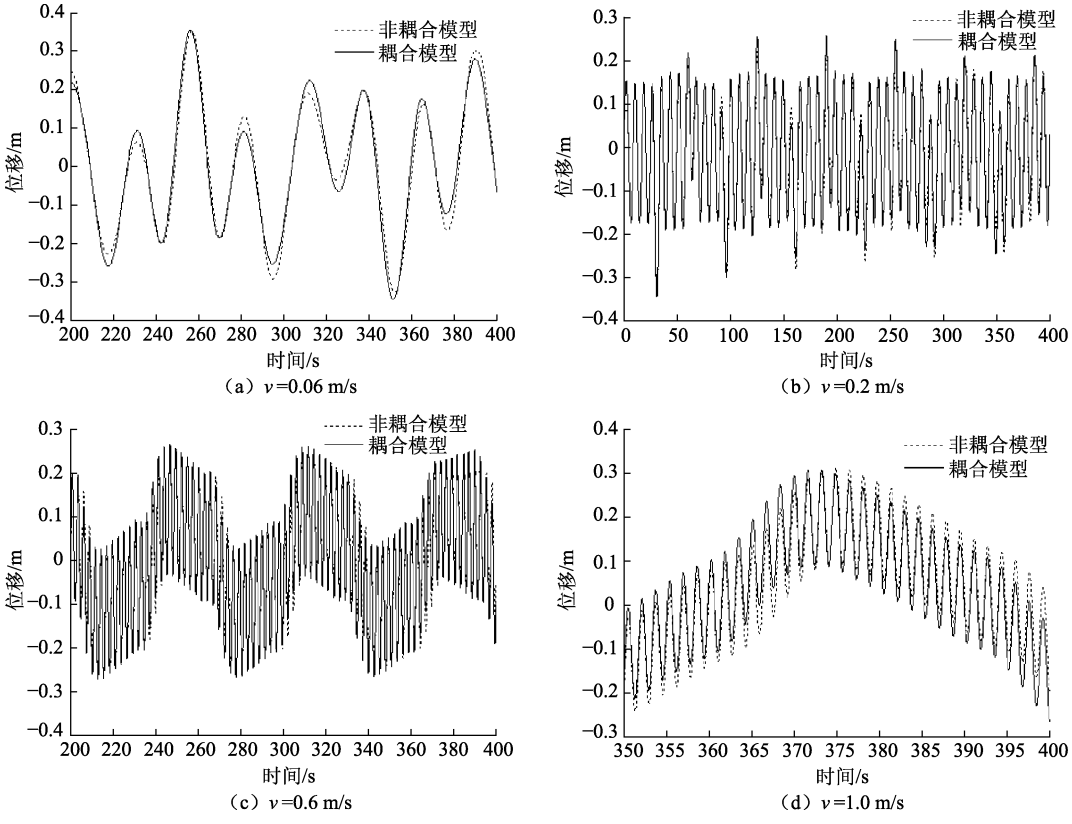
3.2　动力响应

选取立管两向涡激振动发生最大位移的节点作为参考点研究其响应特征,研究不同流速下,参激激扰对立管响应的影响,此时立管顶部浮体的垂荡运动幅值取为 $A=3.0$ m,垂荡频率取为 $\omega=1.6$ rad/s。

图 3 为不同均匀流荷载作用下立管耦合模型与不考虑参数激扰的非耦合模型的对比位移时程。

3.2.1　位移时程

(1)横向涡激振动响应。由图 3 可见,流速为 0.06 m/s 时,耦合振动模型与不考虑参激振动的非耦合模型在参考点处的时程曲线几乎重合。由式(9)知,参数激扰与立管结构的曲率密切相关,在低流速下,立管结构的变形较小,相应结构的局部曲率较小,此时参数激扰对涡激振动几乎没有影响,这一点与理论分析相对应。此时参数激扰对立管振动响应的影响可忽略。同时也证明了计算程序的正确性。



(a) v=0.06 m/s　(b) v=0.2 m/s　(c) v=0.6 m/s　(d) v=1.0 m/s

图 3　不同流速时的立管横流向位移时程

Fig. 3　Time-history curve of cross-flow vibration at different velocity of flow

表 1 为立管响应位移最大的点在两种模型下的振幅变化情况。由表 1 和式(9)分析可知,参数激扰对立管涡激振动的影响不仅与环境荷载有关,而且与参数激扰的幅值和频率相关。立管顶部平台的垂荡运动对立管横向涡激振动响应振幅的影响较小,当流速为 0.4 m/s 时,振幅增加最大为 5%。并且立管顶部平台的垂荡运动对立管涡激振动响应的影响并不是随着流速的增大而增大,因此立管顶部平台的垂荡运动对立管横向涡激振动响应的影响是环境荷载的函数,但两者并非线性关系。

表 1　立管响应位移最大点的横向振幅

Table 1　Vortex-induced vibration amplitude of cross-flow direction at max displacement happened

流速/(m·s^{-1})	非耦合模型横向振幅/m	耦合模型横向振幅/m	变化值/m	变化率/%
0.06	0.3541	0.3617	0.0076	2.10
0.10	0.3520	0.3523	0.0003	0.08
0.20	0.3410	0.3437	0.0027	0.80
0.40	0.3344	0.3511	0.0167	5.00
0.60	0.3049	0.3091	0.0042	1.40
0.80	0.3276	0.3321	0.0045	1.40
1.00	0.3660	0.3717	0.0057	1.60

(2)顺流向涡激振动响应。图 4 为不同均匀流荷载作用下立管涡激振动顺流向的响应时程。表 2 为参数激扰对立管顺流向振幅的影响。从图 4 中可以看出,参数激扰对立管的涡激振动顺流向响应的影响同样是随着流速变化而变化。

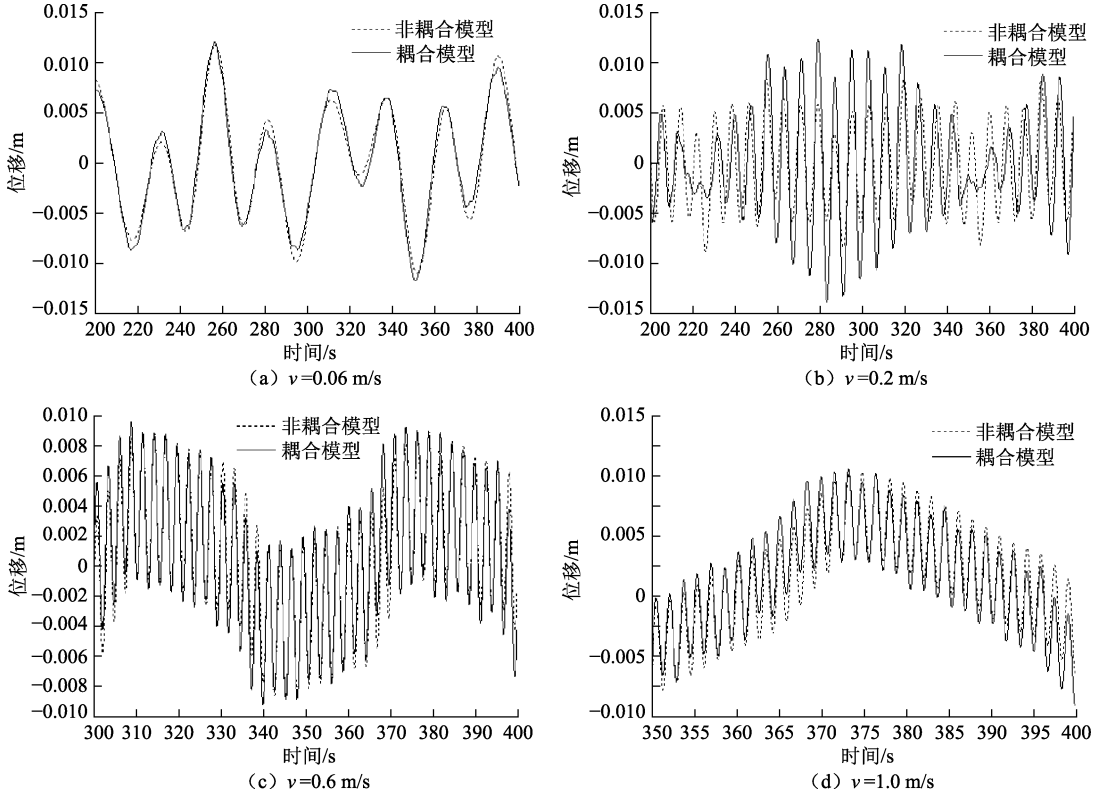


图 4　不同流速时立管顺流向位移时程

Fig. 4　Time-history curve of in-line vibration at different velocity of flow

表 2　参数激扰对立管顺流向振幅的影响

Table 2　Vortex-induced vibration amplitude of in-line direction coupled parameter excited vibration

流速/(m·s^{-1})	非耦合模型横向振幅/m	耦合模型横向振幅/m	变化值/m	变化率/%
0.06	0.0120	0.0126	0.0006	8.3
0.10	0.0117	0.0139	0.0010	18.8
0.20	0.0121	0.0340	0.0220	180.9
0.40	0.0111	0.0150	0.0060	35.1
0.60	0.0101	0.0132	0.0030	30.7
0.80	0.0109	0.0119	0.0010	9.1
1.00	0.0124	0.0163	0.0030	31.5

分析立管顺流向振动位移时程图 4 和表 2 可知,参数激扰对顺流向响应的影响较大。平台的垂荡运动对立管顺流向涡激振动响应幅值的影响较大。并且在不同流速下,平台的垂荡运动的影响是立管环境荷载的函数,但两者之间并不呈线性关系。

将立管顺流向振动响应的时程经傅里叶变化得到立管顺流向振动的频谱图,如图 5 所示。

分析立管在不同流速下顺流向振动的频谱图可知,平台的垂荡运动影响了立管的响应频率,并且在不同流速下,其影响程度不同,耦合模型的响应频率多于非耦合模型的响应频率。

3.2.2　位形分析

图 6 为立管在不同流速下发生最大位移时的位形图。

分析立管响应的两向位形图可知,参数激扰对顺流向响应的影响,包括振幅和频率的影响都明显大于对横向振动响应的影响。考虑参数激扰的耦合振动模型也出现了多阶模态响应和位形不完全对称的现象。

3.3　参数激扰相关参数对响应的影响

对于平台垂荡运动引起的参数激扰,主要由平台垂荡的幅值和平台的垂荡频率。接下来分别研究这两个参数对立管动力响应的影响。

图 7 为在顶部平台不同垂荡幅值情况下立管各节点的最大位移。此时,立管的顶部平台的垂荡频率为 $\omega = 1.60$ rad/s。

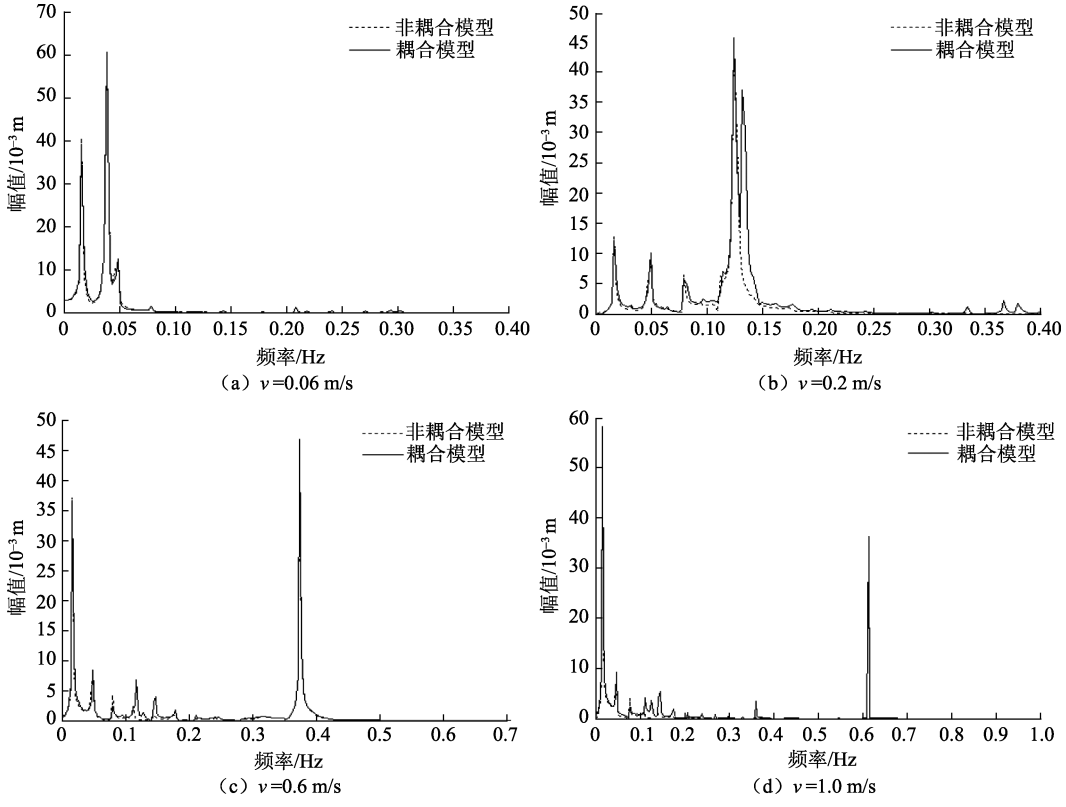


图 5　不同流速下立管顺流向振动频谱

Fig. 5　Spectrogram of in-line vibration at different velocity of flow

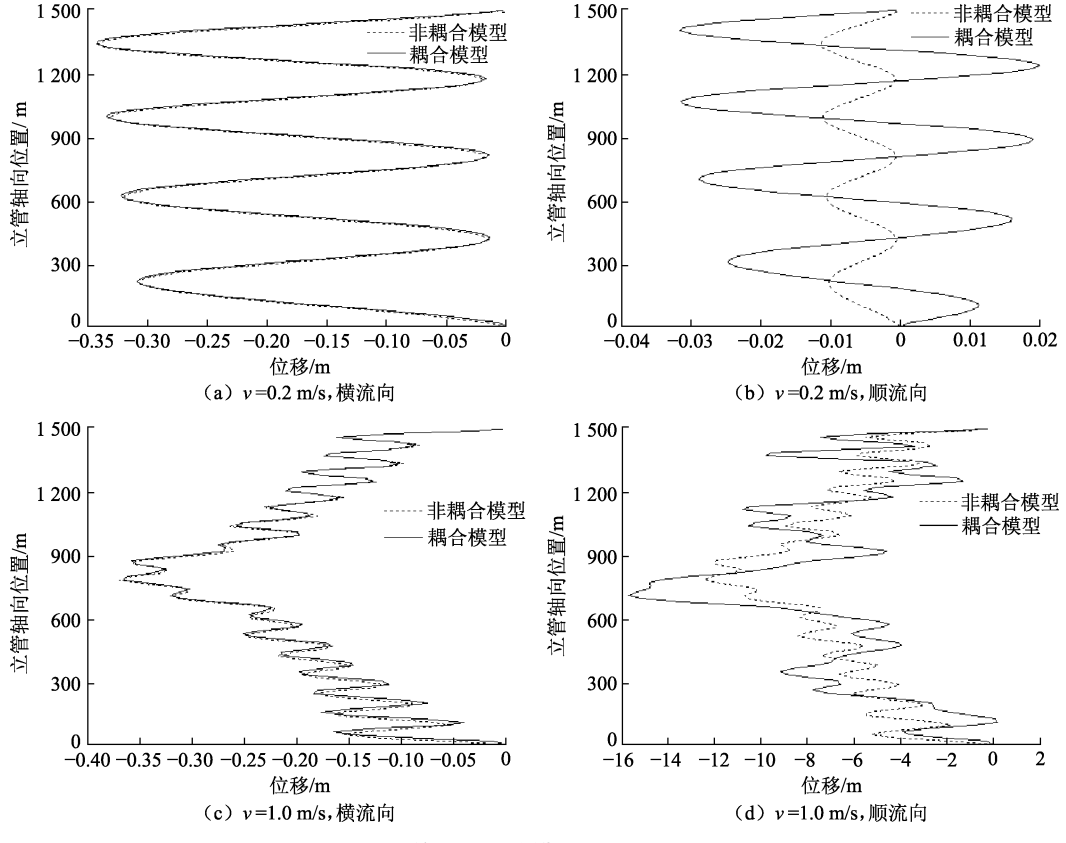


图 6　立管涡激振动横流向和顺流向位形

Fig. 6　Deformation of riser of cross-flow and in-line vortex-induced vibration

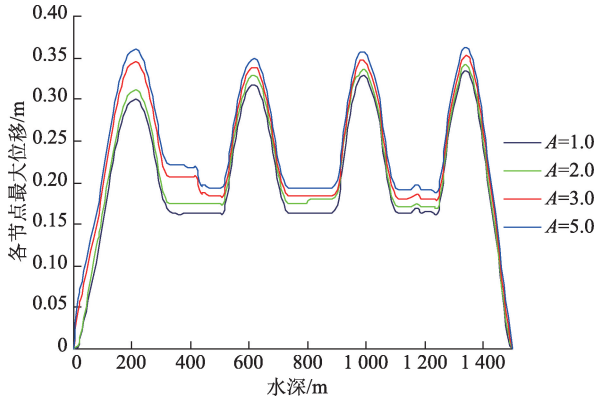


图 7　不同垂荡幅值下立管的动力响应(ω=1.60 rad/s)

Fig. 7　The max displacement of riser at different heave amplitude(ω=1.60 rad/s)

由图 7 可以看出,当平台垂荡频率不变时,立管的涡激振动响应的位移随着平台垂荡幅值的增大而增大。因此深水平台对立管产生的参数激扰对立管具有危害性,其作用不可忽略。

图 8 为不同垂荡频率下立管的动力响应(垂荡幅值 A=3.0 m)。由图 8 可以看出,保持平台的垂荡幅值不变 A=3.0 m,立管结构的动力响应节点位移随着平台垂荡频率的增大而减小。这一现象与 TomoFUJIWARA 在国家海洋研究院所做的长 28.5 m 的柔性顶张力立管涡激振动试验的结论相同[16]。

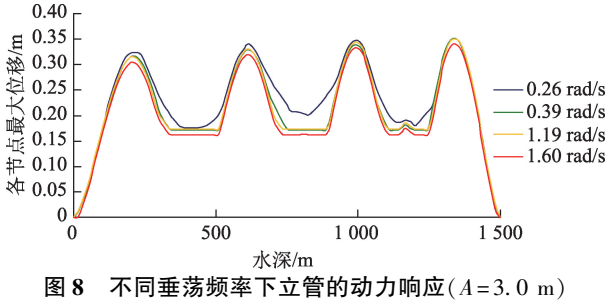


图 8　不同垂荡频率下立管的动力响应(A=3.0 m)

Fig. 8　The max displacement of riser at different heave frequency(A=3.0 m)

4　结　论

(1)立管固有频率随着顶端平台的运动而变化。平台的垂荡运动使立管涡激振动的振幅增大,并且顺流向振幅增大的幅度大于横向振幅的幅度,参数激扰对立管的涡激振动响应的频率也产生影响。

(2)当平台的垂荡频率和环境荷载不变时,立管的动力响应的位移随着浮体垂荡幅值的增大而增大。当平台的垂荡幅值和环境荷载不变时,立管结构的动力响应位移随着浮体垂荡频率的增大而减小。立管的涡激振动响应是环境荷载、立管结构参数、顶部平台垂荡运动的函数。

参考文献:

[1] WU Xiaodong, FEI Ge, HONG Youshi. A view of recent studies on vortex-induced vibrations of long slender cylinders [J]. Journal of Fluid and Structures, 2011,28:292-308.

[2] CHATJIGEORGIOU I K, MAVRAKOS S A. Nonlinear resonances of parametrically excited risers—numerical and analytic investigation for $\Omega=2\omega_1$ [J]. Computers and Structures, 2005,83:560-573.

[3] CHATJIGEORGIOU I K. On the parametric excitation of vertical elastic slender structures and the effect of damping in marine applications[J]. Applied Ocean Research, 2004,26:23-33.

[4] E1-BASSIOUNY A F. Parametrically excited non-linear systems: a comparison of two methods [J]. Applied Mathematics and Computation,2002,132:385-410.

[5] SUZUKI H, TAKANO K, ENOMOTO K. Axial and lateral response of a deep sea riser for scientific drilling [R]. OMAE 51094,2004.

[6] PARK H I, JUNG D H. A finite element method for dynamic analysis of long slender marine structures under combined parametric and forcing excitations [J]. Ocean Engineering, 2002,29:1313-1325.

[7] 杨和振,李华军. 参数激励下深水立管动力特性研究[J]. 振动与冲击,2009,28(9):65-78.
YANG Hezhen, LI Huajun. Vibration analysis of the deep-sea risers under parametric excitations [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009,28(9):65-78.

[8] 孙传栋,黄维平,曹静. 深水顶张式生产立管动力响应的有限元计算[J]. 海洋石油. 2009,29(3):85-90.
SUN Chuandong, HUANG Weiping, CAO Jing. The finite element calculation of vibration response of deep-water production top tensioned riser[J]. Offshore Oil,2009, 29(3):85-90.

[9] 吴学敏,黄维平,滕文刚. 深水顶张式立管参数振动与涡激振动耦合振动分析方法研究[J]. 中国海上油气, 2014,26(4):100-105.
WU Xuemin, HUANG Weiping, TENG Wengang. Study on analysis method for deepwater TTR coupled vibration of parameter vibration and vortex-induced vibration[J]. China Offshore Oil and Gas, 2014,26(4):100-105.

[10] 吴学敏,黄维平. 考虑大变形的大柔性立管涡激振动模型[J]. 振动与冲击,2013,32(18):21-25.
WU Xuemin, HUANG Weiping. A new model for predicting vortex-induced vibrations of long flexible risers considering large deformation [J]. Journal of Vibration and Shock, 2013,32(18):21-25.

[11] 吴学敏. 考虑大变形的深水立管涡激振动非线性分析方法研究[D]. 青岛:中国海洋大学,2013.
WU Xuemin. Study on non-linear analysis method on viv of deepwater risers with large deflection[D]. Qingdao: Ocean University of China, 2013.

[12] WU Xuemin, HUANG Weiping. An analysis method for deepwater TTR coupled ibration of parameter vibration and vortex, induced vibration [J]. Applied Mechanics and Materials, 2013,284/285/286/287:437-441.

[13] WU Xuemin, HUANG Weiping. Study on analysis method for deepwater TTR coupled vibration of parameter vibration and vortex-induced vibration[J]. Journal of Vibro-Engineering, 2012,14(3):1392-8716.

[14] 黄维平,刘娟,唐世振. 考虑流固耦合的大柔性圆柱体涡激振动非线性时域模型[J]. 振动与冲击,2012,31(9):140-143.
HUANG Weiping, LIU Juan, TANG Shizhen. A nonlinear model of vortex induced vibration of flexible cylinder with fluid-structure interaction[J]. Journal of Vibration and Shock, 2012,31(9):140-143.

[15] 唐世振,黄维平,刘建军. 深水立管两向自由度涡激振动的数值分析[J]. 振动与冲击,2010,29(9):206-211.
TANG Shizhen, HUANG Weiping, LIU Jianjun. Numerical analysis of two-degrees-of-freedom VIV of deepwater riser [J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(9):206-211.

[16] TOMO F, SHOTARO U, SHIGEO K. An experimental study of the effects that change the vibration made of riser viv[R]. OMAE 49677,2011.

[17] 吴天昊,付世晓,任桐鑫,等. 平台运动与管内流动联合作用下输液立管动力响应特性研究[J]. 振动与冲击,2018,37(17):32-40.
WU Tianhao, FU Shixiao, REN Tongxin, et al. Dynamic responses of water intake risers under interaction between vessel motion and internal flow[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018,37(17):32-40.

[18] 陈伟民,付一钦,郭双喜,等. 海洋柔性结构涡激振动的流固耦合机理和响应[J]. 力学进展,2017,47:25-91.
CHEN Weimin, FU Yiqin, GUO Shuangxi, et al. Review on fluid-solid coupling and dynamic response of vortex-induced vibration of slender ocean cylinders[J]. Advances in Mechanics, 2017,47:25-91.

[19] CHAINARONG A, THONGCHAI P, KARUN K. Static equilibrium configurations and appropriate applied top tension of extensible marine riser with specified total arc-length using finite element method [J]. Engineering Structures, 2012,34:271-277.

[20] SHAN Huang, MAHDI K, KJELL H. Drag amplification of long flexible riser models undergoing multi-mode VIV in uniform currents [J]. Journal of Fluids and Structures, 2011,27:342-353.

[21] 克拉夫 R,彭津 J. 结构动力学[M]. 2 版. 北京:高等教育出版社,2007:183-185.

[22] 章大海,王文颢,石凡奇,等. 质量比对二自由度圆柱涡激振动影响的计算研究[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2017,41(3):169-175.
ZHANG Dahai, WANG Wenhao, SHI Fanqi, et al. Calculation study on the influence of mass ratio on VIV of a 2-DOF cylinder[J]. Journal of China University of Petroleum(Edition of Natural Science), 2017,41(3): 169-175.

[23] 王腾,张修占,朱为全. 深水立管涡激振动单模态响应时频联合预报模型[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2010,34(1):60-63,69.
WANG Teng, ZHANG Xiuzhan, ZHU Weiquan. Time frequency prediction model for vortex induced vibration single modal responses of deep water riser[J]. Journal of China University of Petroleum(Edition of Natural Science), 2010,34(1):60-63, 69.

(编辑　李志芬)