

垂直井筒内悬挂管柱屈曲演变有限元分析

张 强, 蒋 豹, 崔 巍, 刘巨保, 朱 昱

(东北石油大学机械科学与工程学院, 黑龙江大庆 163318)

摘要:摒弃常规方法中管柱屈曲挠曲线的假设,建立垂直井筒内悬挂管柱的几何和接触双重非线性力学模型,虚拟较大的阻尼比,进行有限元计算。采用正向加载法得到管柱稳定的连续接触的螺旋屈曲构型;采用逆向加载法,根据螺旋屈曲构型,逐渐增加悬挂拉力,进行屈曲演变分析;并分析摩擦力和管柱长度对临界载荷的影响。结果表明:螺旋屈曲向正弦屈曲转变是突变的过程,屈曲模态构型包括螺旋屈曲构型、刚螺旋屈曲和正弦屈曲。摩擦力对临界载荷的影响甚微。随着管柱长度增加,各阶屈曲模态的临界载荷均逐渐减小并趋于常值。此方法适用于斜井、曲率井和水平井管柱的屈曲过程分析。

关键词:悬挂管柱; 正弦屈曲; 螺旋屈曲; 有限元; 正向加载; 逆向加载

中图分类号:TE 21 **文献标志码:**A

引用格式:张强,蒋豹,崔巍,等.垂直井筒内悬挂管柱屈曲演变有限元分析[J].中国石油大学学报(自然科学版),2019,43(4):151-158.

ZHANG Qiang, JIANG Bao, CUI Wei, et al. Finite element analysis of buckling evolution of suspended tubings in vertical wellbores[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2019,43(4):151-158.

Finite element analysis of buckling evolution of suspended tubings in vertical wellbores

ZHANG Qiang, JIANG Bao, CUI Wei, LIU Jubao, ZHU Yu

(School of Mechanical Science and Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing 163318, China)

Abstract: The assumption of buckling deflection curve in conventional methods was abandoned. A geometric and contact double nonlinear mechanical model of suspended tubings in vertical wellbores was established, and the finite element calculation was carried out with the large damping ratio. By using the forward loading method, the helical buckling with continuous contact was obtained. According to the helical buckling configuration, the suspension tension was gradually increased by the backward loading method, and the buckling evolution was analyzed. The effects of the frictional force and tubing length on the critical load were also analyzed. The results show that the transition from the helical buckling to sinusoidal buckling is a process of sudden change. The buckling modes include the helical buckling configurations, the just helical buckling and the sinusoidal buckling. It is also found that the frictional force has little effect on the critical load. With the increase of the tubing length, the critical load of each buckling mode gradually decreases and tends to a constant. This method can also be extended to tubing buckling analysis of inclined, curvature and horizontal wellbores.

Keywords: suspended tubing; sinusoidal buckling; helical buckling; finite element; forward loading; backward loading

随着深井、超深井等钻井技术不断深入,受井筒约束的管柱,井底受压段极易发生屈曲,管柱屈曲后与井壁进行碰撞、摩擦,极易造成管柱的快速失效。

Lubinski 等^[1]研究了钻柱在垂直井眼中的稳定性,给出了钻柱正弦屈曲的临界载荷。Lubinski 等^[2]利用能量法推导了等螺距和轴向压力的关系式。

收稿日期:2018-08-20

基金项目:国家自然科学基金项目(11502051,51674088,51607035);中国博士后科学基金项目(2018M641804);黑龙江省普通本科高等学校青年创新人才项目(UNPYSCT-2018046);黑龙江省博士后科研启动项目(LBH-Q18029)

作者简介:张强(1981-),男,副教授,博士,硕士生导师,研究方向为油气管线管柱完整性评价。E-mail:tical2012@163.com。

Kwon 等^[3]采用非等螺距假设,分析了自重作用下垂直管柱的螺旋屈曲。Hajianmaleki 等^[4]采用显式有限元法,研究了垂直井有重管柱的屈曲问题。Mitchell^[5]、Lukasiewicz^[6]、Thompson^[7-8]和 Gulyayev 等^[9]采用微分法、能量法、实验法和有限元等方法研究了管柱的屈曲问题。国内学者也对管柱屈曲进行了研究,高国华等^[10]给出了管柱正弦和螺旋屈曲方程的渐进解。张永弘等^[11]用三维光弹性应力冻结法实验研究了管柱螺旋屈曲问题。姜丽红等^[12]用 DQ 单元法分析了端部约束对钻柱正弦屈曲的影响。黄文君等^[13]用最小势能原理研究了边界条件对无重管柱螺旋屈曲的影响。孙友宏等^[14]利用打靶法进行了管柱的屈曲分析。岳欠杯等^[15]用能量法与实验法研究了井筒内受压杆管后屈曲。尹飞等^[16]研究了外压作用下套管侧向屈曲。Liu 等^[17]采用打靶法研究了有重管柱的后屈曲问题,张强等^[18]采用慢动力法研究受压扭管柱的静力屈曲问题,但均未考虑井筒的约束作用。王尊策等^[19]基于梁-梁接触理论对分层采油管柱进行了屈曲分析。张强等^[20]采用慢动力法研究了悬挂管柱刚好发生螺旋屈曲的问题。李子丰等^[21]回顾了油气井杆管柱力学研究进展,Gao 等^[22]展望了悬挂管柱屈曲问题的研究方法,提出连续接触段采用微分方程的设想。黄文君等^[23]根据这个设想将管柱屈曲问题转化为非线性方程组。笔者摒弃常规方法中管柱屈曲挠曲线的假设,施加初始扰动力,虚拟较大的阻尼比,提出正向和逆向加载法,研究不同长度管柱的屈曲过程。

1 模型建立

1.1 力学模型

正常作业的钻柱,下入过程中的套管柱,起下过程中的油管柱等,管柱模型为上端悬挂,下端自由^[24]。如果钻压过大或井下受阻,在管柱自重、摩擦力等载荷作用下,管柱下端受压,易引起管柱自身屈曲。为此建立了如图1所示的力学模型,管柱位移边界取上下两端铰支,上端施加悬挂拉力 F_T , 下端约束轴向位移,下端的约束反力即为井底受压载荷 F_C 。

引入管柱无因次长度 $\xi_L = L\sqrt{q/EI}$, 管柱总长度为

$$L = \xi_L \sqrt{EI/q} \quad (1)$$

式中, L 为管柱总长度, m; E 为管柱的弹性模量, Pa; I 为管柱横截面对中性轴的惯性矩, m^4 ; q 为管柱的单位长度重力, N/m。

同理,可得井底压力 F_C 和井口悬挂拉力 F_T , 表

示为

$$F_C = qL_C = \xi_C \sqrt{EIq^2} \quad (2)$$

$$F_T = qL_T = \xi_T \sqrt{EIq^2} \quad (3)$$

式中, F_C 为井底压力, N; F_T 为井口悬挂拉力, N; L_C 为管柱受压段长度, m; L_T 为管柱受拉段长度, m; ξ_C 为受压段无因次长度; ξ_T 为受拉段无因次长度。

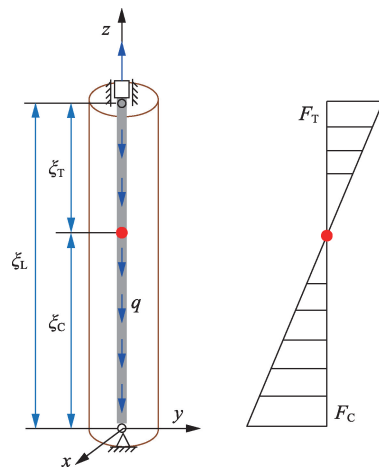


图1 管柱屈曲力学模型

Fig.1 Mechanical model for buckling of suspended tubing

1.2 基本假设

力学模型做如下假设:

(1) 管柱在井筒内的初始状态是完全竖直的。管柱与井筒之间有初始环空间隙存在,管柱变形前轴线与井筒轴线完全重合。

(2) 管柱屈曲后与井筒内壁面接触,考虑管柱与井筒之间摩擦力的影响。

(3) 研究管柱屈曲的最终稳定状态,忽略管柱上提或下放过程中的瞬态影响。

(4) 忽略接头等部件对屈曲的影响。

因此在不同的管柱总长度条件下,利用新建立的力学模型,通过减小井口的悬挂拉力,将使管柱下端的压力增大,使管柱发生屈曲。

2 计算方法

2.1 慢动力法

慢动力法是利用动力学方法按照一定方式施加恒定外载荷,引入惯性力和阻尼力,考虑时间积分效应,设置较大的虚拟阻尼,计算一定的时间,求解动力响应直至稳定。也就是利用动力学方法解决静力屈曲问题^[19]。

考虑悬挂管柱与井筒的非线性接触,为了解决井筒内管柱屈曲过程的收敛困难和算法不稳定性问题,利用无接触管柱静力屈曲的慢动力法^[18,20]进行

管柱非线性接触的慢动力分析。

2.2 动力学方程

采用有限元法依据间隙元理论^[25],经过梁单元和间隙元的拼装,管柱屈曲的动力学方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{d}} + [\mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_{\sigma(d)} + \mathbf{K}_{n(d)}] \mathbf{d} = \mathbf{F}(t). \quad (4)$$

其中

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{F}_w(t) + \mathbf{F}_{n(d)}(t) + \mathbf{F}_{\tau(d)}(t),$$

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M}.$$

式中, $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 和 $\mathbf{K}_0$ 分别为管柱的质量矩阵、阻尼矩阵和线弹性刚度矩阵; $\mathbf{K}_{\sigma(d)}$ 和 $\mathbf{K}_{n(d)}$ 分别为管柱的几何刚度矩阵和接触刚度矩阵; $\mathbf{d}$ 、 $\dot{\mathbf{d}}$ 和 $\ddot{\mathbf{d}}$ 分别为管柱的节点位移、速度和加速度向量; $\mathbf{F}(t)$ 为管柱的节点载荷向量; $\mathbf{F}_w$ 包含上端悬挂拉力 $\mathbf{F}_T$ 和管柱自重载荷 qL ; $\mathbf{F}_{n(d)}$ 和 $\mathbf{F}_{\tau(d)}$ 分别为管柱的接触力向量和摩擦力向量; t 为计算时间, s; α 为质量阻尼。

取第 1 阶的固有频率 f 作为模态阻尼比, 可得阻尼比 ζ 与质量阻尼的关系式为

$$\alpha = 4\pi f \zeta. \quad (5)$$

不考虑预应力的影响, 两端铰支条件下管柱第 1 阶的固有频率为

$$f = \pi/2 \sqrt{EI/(\rho AL^4)}. \quad (6)$$

式中, f 为管柱频率, Hz; ρ 为管柱密度, kg/m³; A 为管柱横截面积, m²。

输入较大的阻尼比 ζ , 采用 Newmark 直接积分法对式(4)进行隐式有限元求解。若已知 t 时刻管柱的位移、速度和加速度, 则可计算出 $t + \Delta t$ 时刻管柱的动力响应。随着计算时间延长管柱屈曲构型趋于稳定, 各节点无速度和加速度, 方程(5)可退化成静力屈曲问题, 实现用慢动力法对管柱静力屈曲的求解。

2.3 载荷施加

外载荷包括井口悬挂拉力 F_T 和管柱自重载荷 qL , 施加方式采用 2 种方法: 正向加载法和逆向加载法。

(1) 正向加载法。在一定时间内, 按照正弦函数的方式, 将外载荷施加到最大值, 并一直保持。通过调整 ξ_c 值, 进行反复试算, 观察管柱挠度的计算结果是否屈曲。图 2 给出了外载荷和扰动力曲线。

管柱上端悬挂拉力 $F_T(t)$ 和管柱重力 $F_g(t)$ 的施加函数分别为

$$F_T(t) = \begin{cases} F_{T,\text{end}} \sin(2\pi t/T), & 0 \leq t \leq T/4; \\ F_{T,\text{end}}, & t \geq T/4. \end{cases} \quad (7)$$

$$F_g(t) = \begin{cases} mgs \sin(2\pi t/T), & 0 \leq t \leq T/4; \\ mg, & t \geq T/4. \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$T = 1/f,$$

$$mg = qL.$$

式中, m 为管柱总质量 kg; g 为自由落体加速度, m/s²; T 为管柱固有周期, s。

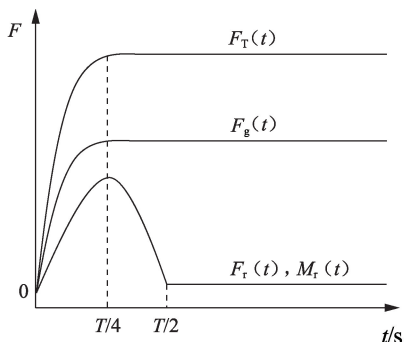


图 2 正向加载法中的载荷施加

Fig. 2 Load applied in forward loading method

正向加载的最终悬挂拉力 $F_{T,\text{end}}$ 为

$$F_{T,\text{end}} = (\xi_L - \xi_C) \sqrt[3]{EIq^2}. \quad (9)$$

为了易于屈曲, 施加了初始扰动, 在管柱下端施加扰动扭矩 $M_r(t)$, 在管柱受压段中部施加横向扰动力 $F_r(t)$, 施加函数分别为

$$F_r(t) = \begin{cases} F_{r0} \sin(2\pi t/T), & 0 \leq t \leq T/2; \\ 0, & t > T/2. \end{cases} \quad (10)$$

$$M_r(t) = \begin{cases} M_{r0} \sin(2\pi t/T), & 0 \leq t \leq T/2; \\ 0, & t > T/2. \end{cases} \quad (11)$$

扰动扭矩 M_{r0} 和横向扰动力 F_{r0} 取单位载荷, 计算总时间取 2 个周期, 即 $t_{\text{end}} = 2T$ 。外载荷按照正弦波施加能够减小对管柱的冲击, 使管柱响应更平稳。微小扰动力是在初始施加, 在后续分析中撤销, 不会影响管柱屈曲的临界载荷。本文中采用初始扰动力方式, 既保持了管柱结构的完整性, 又实现了初始缺陷的施加。采用此种加载方式通过调整 ξ_c 反复计算, 便会计算出管柱稳定的正弦和螺旋屈曲构型。

(2) 逆向加载法。首先按照正向加载法获得超过一个多螺距的屈曲构型, 然后上提管柱, 逐渐增大悬挂拉力, 从而减小管柱下端压力, 使管柱依次经历螺旋屈曲和正弦屈曲构型, 计算对应的临界载荷。图 3 给出了逆向加载法的悬挂拉力曲线。

采用正向加载法使管柱下端屈曲成一个多螺距, 对应的悬挂拉力为 $F_{T,b} = F_{T,\text{end}} + 0.50 \sqrt[3]{EIq^2}$ 。然后重新启动计算, 采用逆向加载法, 在每个周期内, 前 1/2 周期线性增加拉力 $0.01 \sqrt[3]{EIq^2}$, 后 1/2 周期保

持拉力不变。采用此种加载方式计算出管柱相继发生螺旋屈曲和正弦屈曲的过程及其临界载荷。

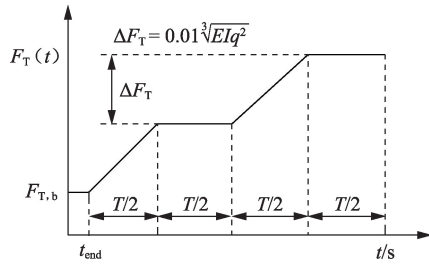


图3 逆向加载法中的载荷施加

Fig.3 Load applied in backward loading method

3 计算结果分析

3.1 计算参数

悬挂管柱以钻铤为研究对象,外径为 158.75 mm,内径为 57.15 mm,井筒直径为 215.91 mm,环空间隙 r_c 为 28.58 mm。弹性模量 E 为 210 GPa,管柱单位长度重力 $q = 1\,149.3\text{ N/m}$ 。 $\sqrt[3]{EI/q} = 17.759\text{ m}$,单元离散尺寸为 0.5 m。

3.2 正向加载法螺旋屈曲分析

取无因次总长度 $\xi_L = 8$,则悬挂管柱总长度 $L = 8\sqrt[3]{EI/q} = 142.07\text{ m}$ 。取阻尼比为 6,通过调整井底无因次压力 ξ_c 反复计算,当 $\xi_c = 8.62$ 时,管柱连续接触段正好形成一个完整螺距。

提取管柱受压段每 1/4 段长度位置的横向挠度 v 和 u ,位置从上到下依次记为 1、2 和 3。图 4 给出了这 3 个位置处挠度 (u/r_c 和 v/r_c) 随时间变化曲线,图 5 给出了各个计算时间点的螺旋屈曲稳定过程的平面二维图,图 6 给出了各个计算时间点管柱的三维空间屈曲构型。

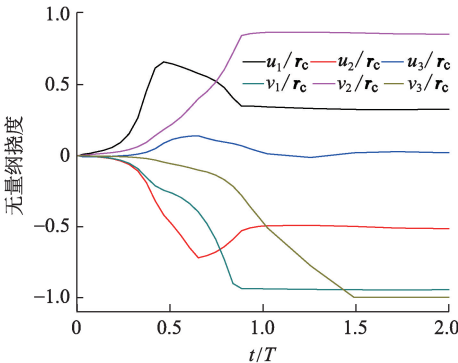


图4 挠度随时间变化曲线

Fig.4 Deflection curve with time

由图 4 可见,计算时间达到 2 个周期时,各点的挠度保持常值,管柱不存在速度和加速度,解决了采用慢动力方法计算管柱静力螺旋屈曲问题。

由图 5 可见,当 $t < 0.37T$ 时,管柱与井壁未产生接触;当 $t = 0.37T$ 时,管柱与井壁刚好有一个接触点;当 $t = 0.47T$ 时,管柱与井壁正好产生两处接触,管柱挠度具有螺旋屈曲特征;当 $t = 0.65T$ 时,管柱与井壁产生三处接触;然后随着时间增加,中间的接触点逐渐往两侧扩展,形成连续段接触;当 $t = 1.72T$ 时,连续接触段形成了一个完整螺距,且不再随时间变化。

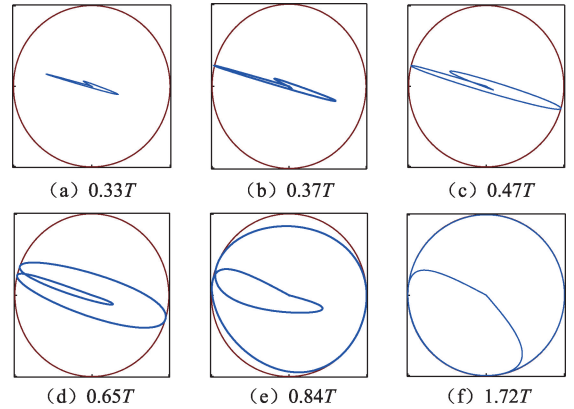


图5 正向加载法中螺旋屈曲的稳定过程

Fig.5 Stable process of helical buckling in forward loading method

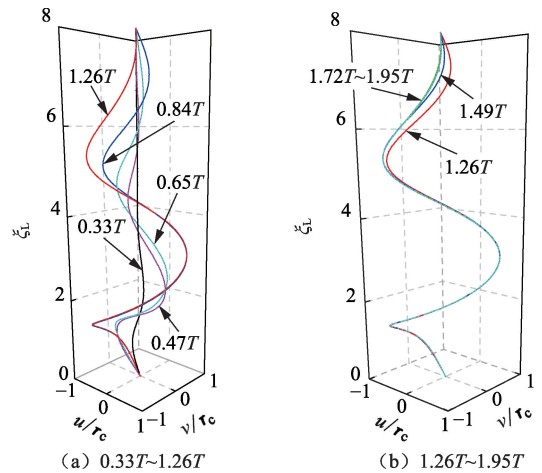


图6 三维空间屈曲构型

Fig.6 Buckling configuration in 3D space

从图 6 可见,当 $t \leq 1.26T$ 时,屈曲构型随着时间增加变化较大;当 $1.26T < t \leq 1.72T$ 时,屈曲构型随着时间增加稍微变化;当 $t > 1.72T$ 时,管柱的三维空间屈曲构型不再随时间增加而产生变化,说明已经达到稳定状态。

综上所述,采用正向加载法,计算时间在 2 个周期内能够得到稳定的螺旋屈曲构型。

3.3 逆向加载法屈曲过程分析

取无因次长度 $\xi_L = 8$,采用逆向加载法,图 7 给出了螺旋角随管柱下端受压载荷变化曲线,螺旋角

以第 1 接触点之间的角度度量,第 1 接触点的说明如图 8 所示。

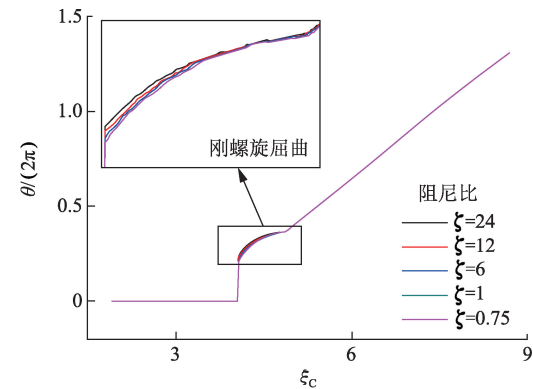


图 7 螺旋角随管柱下端压力曲线

Fig. 7 Change of helix angle with compression load at bottom

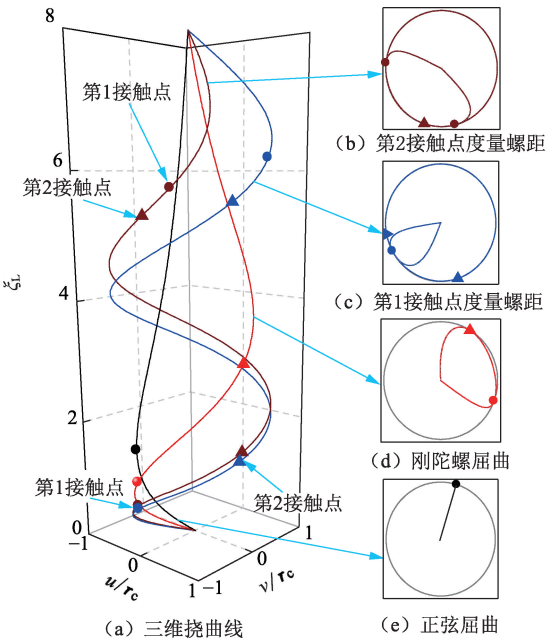


图 8 各种临界载荷对应的屈曲构型

Fig. 8 Buckling configuration corresponding to critical loads

由图 7 可知,随着管柱上端拉力增加,管柱下端压力逐渐减小,管柱的螺旋角 θ 也线性减小,但在图中放大位置处,曲线表现出非线性特性,表明发生了刚螺旋的屈曲构型。最后螺旋角突然消失,管柱呈直线状态。阻尼比对刚发生螺旋屈曲有一定的影响,如图中放大部分所示。但整体来看,阻尼比对管柱的螺旋角影响较小,随着阻尼比减小影响也逐渐减小,表明逆向加载法对分析管柱屈曲是可行的。

取阻尼比为 1,根据图 7 的计算结果,图 8 给出了各种临界载荷对应的屈曲构型图。图 8 中圆点代表第 1 接触点,三角代表第 2 接触点,管柱下端部与

第 1 接触点之间为第 1 非接触段,第 1 接触点和第 2 接触点之间为第 2 非接触段,管柱上下端的第 2 接触点之间为连续接触段。

由图 8 可见,当 $\xi_L = 8.67$ 时,俯视图的屈曲构型中第 2 接触点重合,螺旋角正好 360° ,管柱发生了以第 2 接触点度量螺距的螺旋屈曲,此时第 1 接触点之间的螺旋角为 467.8° ,见图 8(b);当 $\xi_L = 7.38$ 时,俯视图的屈曲构型中第 1 接触点重合,螺旋角正好 360° ,管柱发生了以第 1 接触点度量螺距的螺旋屈曲,此时第 2 接触点之间的螺旋角为 262.9° ,见图 8(c);当 $\xi_L = 4.06$ 时,管柱刚发生螺旋屈曲,管柱挠曲线为空间三维曲线,与井筒存在 2 处接触,接触点之间的螺旋角为 82.7° ,见图 8(d);当 $\xi_L = 1.91$ 时,管柱发生正弦屈曲,管柱挠曲线为平面曲线,与井筒存在 1 个接触点,见图 8(e)。

取不同的阻尼比,各阶屈曲模态的无因次临界载荷见表 1。由表 1 可知,阻尼比 $0.75 \leq \zeta \leq 24.0$ 时,阻尼比对各个临界载荷的影响甚微,逆向加载法得到的临界载荷与正向加载法结果的最大误差为 1.55%,而与黄文君等^[23]理论解的最大误差为 2.77%。另一方面,正弦屈曲临界载荷与 Lubinski 等^[1]的解析解 1.94 更接近,说明逆向加载法的方法是合理的,同时表明计算精确度较高。

表 1 屈曲无因次临界载荷对比

Table 1 Comparison of buckling critical load

屈曲状态	正弦 屈曲 ξ_c	刚螺旋 屈曲 ξ_c	以第 1 接 触点度量 螺距 ξ_c	以第 2 接 触点度量 螺距 ξ_c
逆向 加载法	$\zeta = 24.0$	1.92	4.06	7.37
	$\zeta = 12.0$	1.92	4.06	7.37
	$\zeta = 6.00$	1.92	4.06	7.38
	$\zeta = 1.00$	1.91	4.06	7.38
	$\zeta = 0.75$	1.91	4.06	7.38
正向加载法 $\zeta = 6.00$	1.94	4.11	7.42	8.62
文献[23]	1.89	4.00	—	8.43

3.4 管柱长度对临界载荷影响

图 9 给出了不同管柱长度条件下螺旋角随受压载荷变化曲线。在正弦屈曲、刚螺旋屈曲、以第 1 接触点和第 2 接触点度量一个完整螺距的屈曲条件下,图 10 给出了随管柱长度变化的挠曲线。

由图 9 可见,在同一个受压载荷作用下,管柱越长,对应的螺旋角越大,表明达到同一个螺旋屈曲状态时,对应的临界载荷也越小,例如以第 1 和第 2 接触段度量螺距便是这种情况。刚螺旋屈曲和正弦屈曲时,管柱越长对应的临界载荷也越小。其中螺旋向正弦屈曲构型转变是一个突变的过程。

由图 10 可见,在同一种屈曲构型中管柱下端的挠曲线基本一致。随着管柱长度增加,从受压段到

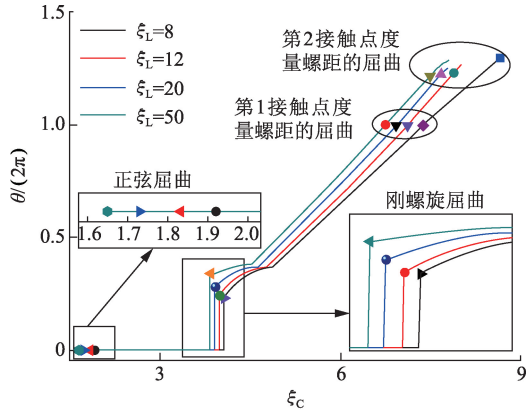


图 9 螺旋角随受压载荷变化曲线

Fig.9 Change of helix angle with compression load

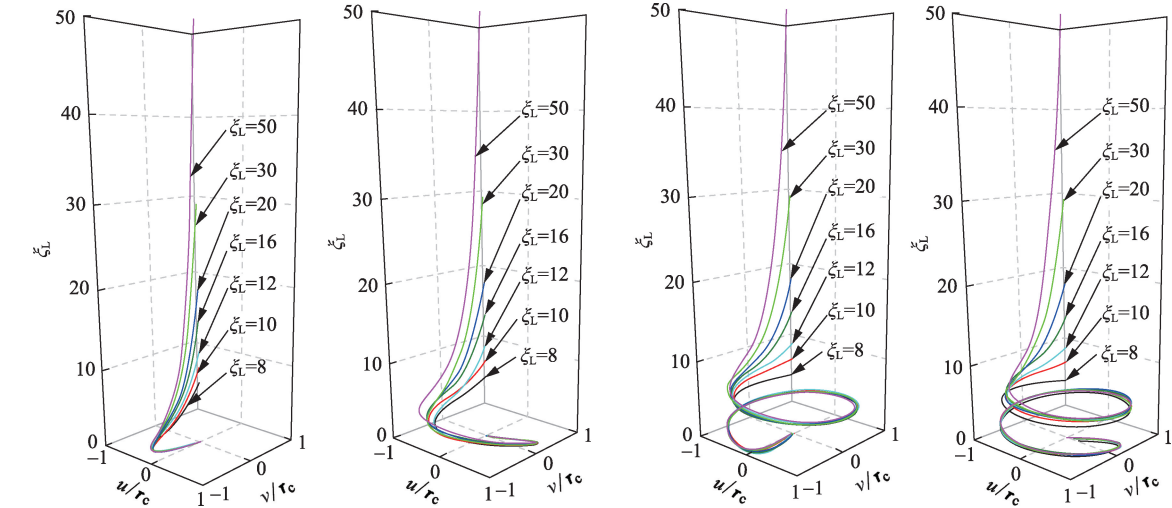


图 10 随管柱长度变化的挠曲线

Fig.10 Deflection curve with tubing length changing

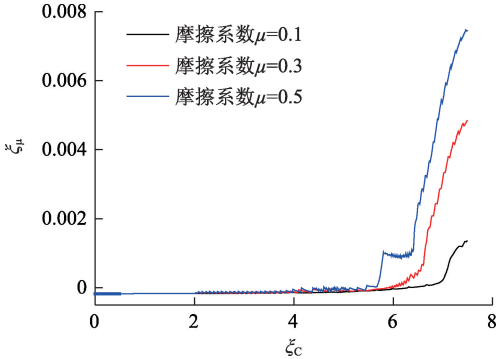


图 11 不同摩擦系数下管柱摩擦力随受压载荷曲线

Fig.11 Change of friction force with compression load at different friction coefficient

在正弦屈曲、刚螺旋屈曲、以第 1 接触点和第 2 接触点度量一个完整螺距条件下,图 12 给出了临界载荷随管柱无因次长度曲线。由图 12 可见,随着管柱无因次总长度增加,无因次临界载荷均逐渐减小

受拉段,管柱挠度逐渐趋于 0,表明受拉段对螺旋屈曲的构型有影响;但是,随着管柱长度增加,受压段屈曲后的挠度趋于相同,也表明受拉段对螺旋屈曲受压段长度的影响是有一定限度的。

取无因次总长度 $\xi_L = 50$,计算的摩擦力为 F_f ,将无因次摩擦力 ξ_u 定义为 $\xi_u = F_f / \sqrt[3]{EIq^2}$,分析屈曲过程中摩擦力对屈曲载荷的影响。图 11 给出了无因次摩擦力 ξ_u 随摩擦系数 μ 增加而增大,且随着井底受压载荷的增加而增大,无因次最大摩擦力为 0.00745,对应的无因次临界载荷 ξ_c 为 7.48,摩擦力只占临界载荷的 0.1%,表明管柱摩擦力对屈曲临界载荷的影响甚微。

并趋于常值。管柱无因次总长度 $8 \leq \xi_L \leq 50$ 时,正弦屈曲无因次临界载荷 ξ_c 从 1.92 减小到 1.65,见图 12(a);刚螺旋屈曲的无因次临界载荷 ξ_c 从 4.06 减小到 3.84,见图 12(b);以第 1 接触点度量螺距的无因次临界载荷 ξ_c 从 7.37 减小到 6.75,见图 12(c);以第 2 接触点度量螺距的无因次临界载荷 ξ_c 从 8.65 减小到 7.48,见图 12(d)。

无因次总长度 ξ_L 从 8 增加到 30 时,这 4 种屈曲构型的无因次临界载荷分别减小了 13.02%、5.17%、7.19% 和 12.14%,无因次总长度 ξ_L 从 30 增加到 50 时,对应的临界载荷分别减小了 1.20%、0.26%、1.32% 和 1.58%,进一步表明随着管柱总长度增加,其临界载荷逐渐减小并趋于常值。

根据图 12 的载荷曲线,利用 Origin 软件中的 Logistic 函数,进行多项式曲线拟合,拟合具有较高

的吻合度。得到的无因次临界载荷的拟合公式为 $\xi_c=A+(B-A)/[1+(\xi_L/E)^F]$, $8\leqslant \xi_L\leqslant 50$. (12)

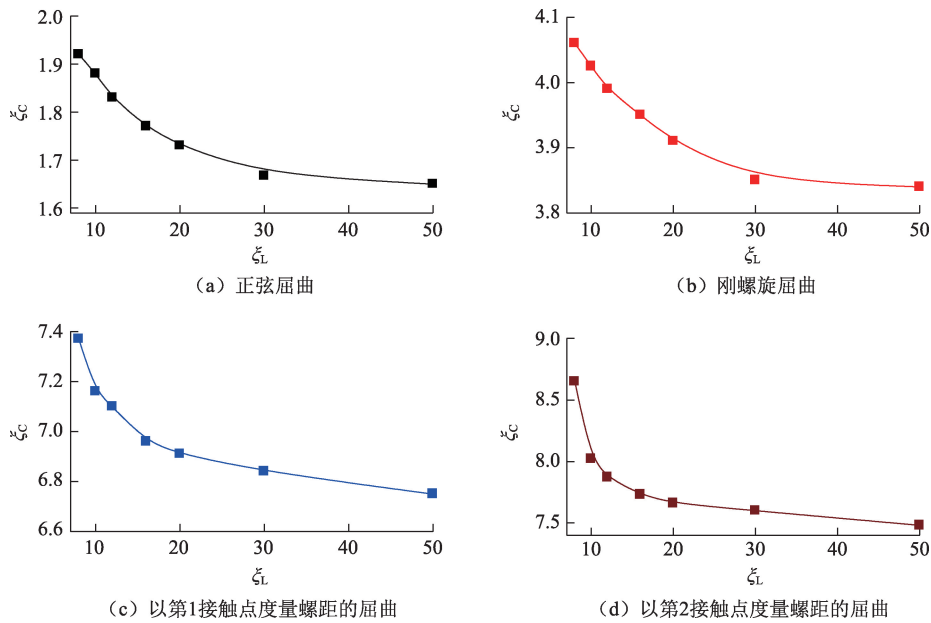


图 12 管柱长度对临界载荷影响

Fig. 12 Effect of tubing length on critical load

表 2 无因次临界载荷的拟合公式				
无因次临界载荷 ξ_c	$\xi_c=A+(B-A)/[1+(\xi_L/E)^F]$			
	A	B	E	F
正弦屈曲	1.636	2.014	12.508	2.4854
刚螺旋屈曲	3.820	4.146	12.630	2.133
以第 1 接触点度量螺距	103.508	6.710	0.188	1.334
以第 1 接触点度量螺距	850.138	7.559	0.967	3.156

在工程应用中,根据式(1)将管柱的总长度 L 进行无因次化,由于临界载荷随管柱长度的增加而逐渐减小,并趋于常值,如果无因次总长度 ξ_L 大于 50,取 $\xi_L=50$ 时的 ξ_c 。按照式(12)进而得到管柱正弦屈曲、刚螺旋屈曲、以第 1 接触点和第 2 接触点度量一个完整螺距条件下的无因次临界载荷 ξ_c 。

由于摩擦力对临界载荷影响甚微, $qL\cong F_T+F_C$, 可求出临界载荷对应的井口悬挂拉力 F_T , 表示为

$$F_T=(\xi_L-\xi_c)\sqrt[3]{EIq^2},\ 8\leqslant \xi_L\leqslant 50. \tag{12}$$

当井口悬挂拉力大于 F_T 时,管柱在井底受压段不会发生相应的屈曲变形。

4 结 论

(1)提出的逆向加载法中,根据正向加载得到的稳定螺旋屈曲构型,逐渐增大悬挂拉力,从而减小了管柱的井底压力,得到了相继发生以第 2 接触点和第 1 接触点度量一个完整螺距的屈曲、刚螺旋屈曲和正弦屈曲的各阶屈曲模态构型。其中形成完整

式中, A 、 B 、 E 和 F 为拟合系数,表 2 给出了拟合公式及其各项系数。

螺距的屈曲和正弦屈曲过程的螺旋角与井底压力为线性关系,只有 2 接触点的刚螺旋构型的螺旋角与井底压力呈现出非线性特性,螺旋屈曲构型向正弦屈曲构型转变是一个突变的过程。

(2)摩擦力对临界载荷的影响甚微。随着管柱无因次总长度增加,各阶屈曲模态的无因次临界载荷均逐渐减小并趋于常值。

参考文献:

[1] LUBINSKI A. A study of the buckling of rotary drilling strings [J]. Drilling & Production Practice, 1950:178-214.

[2] LUBINSKI A, ALTHOUSE W S, LOGAN J L. Helical buckling of tubing sealed in packers[J]. Journal of Petroleum Technology, 1962,14(6):655-670.

[3] KWON Y W. Analysis of helical buckling [J]. SPE Drilling Engineering, 1988,3(2):211-216.

[4] HAJIANMALEKI M, DAILY J S. Critical-buckling-load assessment of drillstrings in different wellbores by use of the explicit finite-element method [J]. SPE Drilling & Completion, 2014,29(2):256-264.

[5] MITCHELL R F. Buckling of tubing inside casing [J]. SPE Drilling & Completion, 2012,27(4):486-492.

[6] LUKASIEWICZ S A, KNIGHT C. On lateral and helical buckling of a rod in a tubing [J]. Journal of Canadian Petroleum Technology, 2006(3):17-21.

[7] THOMPSON J M T, SILVEIRA M, VAN D H G H M, et al. Helical post-buckling of a rod in a cylinder: with ap-

- plications to drill-strings [J]. Proceedings of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences, 2012, 468: 1591-1614.
- [8] THOMPSON J M T, HEIJDEN G H M V D. A graphical criterion for the instability of elastic equilibria under multiple loads: with applications to drill-strings [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2013, 68(2): 160-170.
- [9] GULYAYEV V I, ANDRUSENKO E N, SHLYUN N V. Theoretical modelling of post-buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2014, 49(4): 427-448.
- [10] 高国华, 李琪, 张健仁. 管柱在垂直井眼中的屈曲分析[J]. 西安石油学院学报, 1996, 11(1): 33-35.
GAO Guohua, LI Qi, ZHANG Jianren. Buckling analysis of pipe string in a vertical borehole [J]. Journal of Xi'an Petroleum Institute, 1996, 11(1): 33-35.
- [11] 张永弘, 刘恩, 何富君, 等. 管柱螺旋屈曲时接触压力的研究[J]. 石油学报, 1998, 19(3): 131-134.
ZHANG Yonghong, LIU En, HE Fujun, et al. A study of contact forces on helical buckled tubing in wells [J]. Acta Petrolei Sinica, 1998, 19(3): 131-134.
- [12] 姜丽红, 谈梅兰. 端部约束对钻柱正弦屈曲的影响[J]. 工程力学, 2010, 27(12): 219-223.
JIANG Lihong, TAN Meilan. Effects of drillstring end constraints on sinusoidal buckling loads [J]. Engineering Mechanics, 2010, 27(12): 219-223.
- [13] 黄文君, 高德利, 魏绍蕾. 边界条件对无重管柱螺旋屈曲的影响分析[J]. 西安石油大学学报(自然科学版), 2015, 30(3): 87-94.
HUANG Wenjun, GAO Deli, WEI Shaolei. Effects of boundary conditions on helical buckling of weightless tubular string [J]. Journal of Xi'an Shiyu University (Natural Science Edition), 2015, 30(3): 87-94.
- [14] SUN Youhong, YU Yongping, LIU Baochang. A simple and accurate numeric solution procedure for nonlinear buckling model of drill string with frictional effect [J]. Journal of Petroleum Science and Engineering, 2015, 128, 44-52.
- [15] 岳欠杯, 刘巨保, 付茂青. 井筒内受压杆管后屈曲能量法分析与实验研究[J]. 力学与实践, 2015, 37(6): 713-718.
YUE Qianbei, LIU Jubao, FU Maoqing. The energy method and experimental study of post-buckling of the pressurized rod string in wellbore [J]. Mechanics in Engineering, 2015, 37(6): 713-718.
- [16] 尹飞, 高德利. 油气井套管侧向屈曲分析与井下加强工具探讨[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2014, 38(6): 67-71.
- YIN Fei, GAO Deli. Lateral buckling analysis of oil and gas well casing and design of downhole reinforcement tool [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2014, 38(6): 67-71.
- [17] LIU J L, MEI Y, DONG X Q. Post-buckling behavior of a double-hinged rod under self-weight [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2013, 26(2): 197-204.
- [18] 张强, 安超, 许杰, 等. 基于慢动力法的受压扭管柱静力屈曲分析[J]. 力学与实践, 2016, 38(4): 418-423.
ZHANG Qiang, AN Chao, XU Jie, et al. Buckling analysis for tubular column based on slow dynamic method [J]. Mechanics in Engineering, 2016, 38(4): 418-423.
- [19] 王尊策, 曹梦雨, 徐德奎, 等. 基于梁-梁接触理论的管柱屈曲分析[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2017, 41(2): 132-138.
WANG Zunce, CAO Mengyu, XU Dekui, et al. Post-puckling analysis of tubes based on beam-to-beam contact theory [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2017, 41(2): 132-138.
- [20] 张强, 蒋豹, 崔巍, 等. 悬挂管柱正弦向螺旋屈曲转变时的临界载荷研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(7): 105-111.
ZHANG Qiang, JIANG Bao, CUI Wei, et al. Critical load of a suspended tubular string from sinusoidal buckling to helical one [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(7): 105-111.
- [21] 李子丰. 油气井杆管柱力学研究进展与争论[J]. 石油学报, 2016, 37(4): 531-556.
LI Zifeng. Research advances and debates on tubular mechanics in oil and gas wells [J]. Acta Petrolei Sinica, 2016, 37(4): 531-556.
- [22] GAO Deli, HUANG Wenjun. A review of down-hole tubular string buckling in well engineering [J]. Petroleum Science, 2015, 12(3): 443-457.
- [23] 黄文君. 旋转钻井机械延伸极限研究[D]. 北京: 中国石油大学(北京), 2016.
HUANG Wenjun. Research on mechanical extending limits in rotary drilling [D]. Beijing: China University of Petroleum (Beijing), 2016.
- [24] 韩志勇. 关于内外压力对油井管柱轴向力和稳定性影响问题的讨论[J]. 石油钻探技术, 2013, 41(6): 12-18.
HAN Zhiyong. Discussion on effects of internal and external force and stability of pipe string in pressure on axial oil wells [J]. Petroleum Drilling Techniques, 2013, 41(6): 12-18.
- [25] 刘巨保, 岳欠杯. 石油钻采管柱力学[M]. 北京: 石油工业出版社, 2011.