

正交介质方位傅里叶反射系数及裂缝密度预测

张繁昌¹, 路亚威¹, 桑凯恒¹, 慎国强², 王振涛²

(1. 中国石油大学(华东)地球科学与技术学院, 山东青岛 266580; 2. 中国石化胜利油田分公司物探研究院, 山东东营 257031)

摘要:利用傅里叶级数展开法,对正交介质裂缝参数进行预测。当地层中发育着两组相互垂直的高角度裂缝时,可以近似地将其等效为正交各向异性介质。从线性滑移理论出发,将裂缝视为旋转对称的平行柔性面,引入无量纲参数法向弱度和切向弱度,通过忽略高阶项,可以推导得到纵波方位反射系数的傅里叶级数表示形式;进一步结合有缝隙介质的 Hudson 模型,推导得到反射系数傅里叶级数项与两个正交方向裂缝密度之间的关系,并由此计算得到不同方向的裂缝密度。模型试算结果表明,正交介质的傅里叶级数反射系数公式能够准确地描述正交裂缝的方位各向异性特征,由该方法进行裂缝密度预测,其结果是可靠的。

关键词:正交裂缝;傅里叶级数展开;裂缝密度

中图分类号:P 631 **文献标志码:**A

引用格式:张繁昌,路亚威,桑凯恒,等. 正交介质方位傅里叶反射系数及裂缝密度预测[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2019,43(2):37-44.

ZHANG Fanchang, LU Yawei, SANG Kaiheng, et al. Azimuthal reflected Fourier coefficients in prediction of orthogonal fracture parameters[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2019, 43(2): 37-44.

Azimuthal Fourier reflected coefficients in prediction of orthogonal fracture parameters

ZHANG Fanchang¹, LU Yawei¹, SANG Kaiheng¹, SHEN Guoqiang², WANG Zhentao²

(1. School of Geosciences in China University of Petroleum (East China), Qingdao 266580, China;

2. Geophysical Institution of Shengli Oilfield, SINOPEC, Dongying 257031, China)

Abstract: Azimuthal Fourier coefficients are utilized to predict fracture parameters for orthotropic media. If there are orthogonal fractures in purely isotropic layer, the fractured medium can be described as orthorhombic. Based on the Schoenberg's linear slip theory, two dimensionless quantities, normal and tangential weaknesses, are introduced, and by ignoring the high order terms, the Fourier series of P-wave azimuthal reflection coefficient formula for the orthorhombic model was derived from general reflection coefficients for weakly anisotropic elastic media. Furthermore, combining with Hudson's fracture model, the relationship between the Fourier coefficients and fracture density is presented, and the fracture densities in different directions can then be calculated. The model tests show that the azimuthal Fourier coefficients can well describe the azimuthal anisotropy of the orthogonal fractured medium, and the prediction results of fracture density in different directions are accurate and reliable.

Keywords: orthogonal fractures; azimuthal Fourier coefficients; fracture density

裂缝储层作为一种重要的含油气储层,其中发育的裂缝既可以作为油气储集空间,又可以作为渗滤通道。裂缝密度、发育方向、开度及流体饱和等情况,是指导勘探开发的重要指标,如何准确预测这些参数一直是难点问题。由于实际地层中裂缝发育情

况是复杂的,一般建立等效模型^[1]来简化裂缝,便于研究。裂缝的等效化模型大致可以分为3种:线性滑移模型^[2]、Hudson 模型^[3,4]以及 Thomson 模型^[5];线性滑移理论是近年最流行的等效理论,因为它忽略了裂缝的微观结构,仅仅使用裂缝法向和

切向柔度参数就可以描述裂缝,而且两者的比值可以有助于确定岩石裂缝和主体骨架的岩石物理参数。当地层中发育一组平行高角度的裂缝时,可以将其等效为横观各向同性(HTI)介质,通过 Ruger 近似公式^[6]建立裂缝储层弹性物性参数与纵波方位地震数据之间的定量数学关系,最终可以利用反演方法^[7-8]得到裂缝信息。叠前方位数据的多参数反演时,反演方程的系数矩阵条件数大,反演过程会变得极不稳定,相比于常规叠后反演,其固有的病态性更为严重。为了避免求解过程中大量复杂的矩阵运算,Downton 等^[9]应用傅里叶级数展开理论,针对 HTI 介质,将地震数据在方位角上展开为多项与入射角度有关的三角函数,将反演矩阵求解问题转换为方位数据求和问题,显著提高了计算速度与计算结果的准确性。但实际地层中通常发育着多个方向的裂缝,而且经常是相互正交的^[10-11],显然 HTI 介

质无法满足实际要求,这时需要对复杂介质做更深入研究。笔者在前人研究的基础上,结合线性滑移理论,对正交各向异性裂缝介质进行等效模型化,进一步研究傅里叶级数展开法在正交裂缝参数预测中的应用。

1 旋转对称正交裂缝介质刚度表示

线性滑动理论忽略了裂缝的形状和微结构,认为裂缝将地层分割成彼此平行的柔性面,各柔性面在边界处连续,满足线性滑动边界条件。含有裂缝岩石的柔度 S 表示为各向同性背景围岩的柔度 S_b 与裂缝柔度 ΔS 之和^[12]:

$$S = C^{-1} = S_b + \sum_{n=1}^n \Delta S^n. \quad (1)$$

式中, n 为裂缝组号; C 为含有裂缝岩石的刚度矩阵。各向同性背景介质柔度矩阵 S_b 为

$$S_b = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_b + \mu_b}{\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & \frac{-\lambda_b}{2\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & \frac{-\lambda_b}{2\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\lambda_b}{2\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & \frac{\lambda_b + \mu_b}{\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & \frac{-\lambda_b}{2\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\lambda_b}{2\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & \frac{-\lambda_b}{2\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & \frac{\lambda_b + \mu_b}{\mu_b(3\lambda_b + 2\mu_b)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_b} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\mu_b} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中, λ_b , μ_b 为背景围岩的拉梅参数。对于正交裂缝,具有两组不同的裂缝,则式(1)可以展开为

$$S = S_b + \Delta S_{\Pi} + \Delta S_{\Pi_2}. \quad (3)$$

若以 x_1 轴平行于第一组裂缝的对称轴方向, x_2 轴平行于第二组裂缝对称轴方向建立坐标系,并假设裂缝具有旋转对称轴,且其在不同方向上没有相互作用^[12-14],则两组裂缝的附加柔度矩阵 ΔS_{Π} 、 ΔS_{Π_2} 可以表示为

$$\Delta S_{\Pi} = \text{diag}(S_{N1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad S_{T1} \quad S_{T1}), \quad (4)$$

$$\Delta S_{\Pi_2} = \text{diag}(0 \quad S_{N2} \quad 0 \quad S_{T2} \quad 0 \quad S_{T2}). \quad (5)$$

式中, S_N 、 S_T 分别为裂缝附加柔度矩阵 ΔS 中的法向柔度和切向柔度,下标 1、2 分别对应第一组裂缝和第二组裂缝。

引入 Hsu 等^[15]提出的无量纲参数弱度项:

$$\delta_{Ni} = \frac{(\lambda_b + 2\mu_b) S_{Ni}}{1 + (\lambda_b + 2\mu_b) S_{Ni}}, \quad \delta_{Ti} = \frac{\mu_b S_{Ti}}{1 + \mu_b S_{Ti}}, \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

式中, δ_{N1} 和 δ_{T1} 分别为第一组裂缝的法向弱度和切向弱度; δ_{N2} 和 δ_{T2} 分别为第二组裂缝的法向弱度和切向弱度。

进一步对正交裂缝介质的柔度矩阵 S (式(3))求逆,并将裂缝弱度(式(6))带入化简,得到正交裂缝介质的刚度矩阵 C 为

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中刚度矩阵 C 的各个系数为

$$\begin{cases} C_{11} = \frac{(\lambda_b + 2\mu_b)(1 - \delta_{N1})(1 - r^2\delta_{N1})}{1 - r^2\delta_{N1}\delta_{N2}}, \\ C_{12} = \frac{\lambda_b(1 - \delta_{N1})(1 - \delta_{N2})}{1 - r^2\delta_{N1}\delta_{N2}}, \\ C_{13} = \frac{\lambda_b(1 - \delta_{N1})(1 - r\delta_{N2})}{1 - r^2\delta_{N1}\delta_{N2}}, \\ C_{22} = \frac{(\lambda_b + 2\mu_b)(1 - r^2\delta_{N1})(1 - \delta_{N2})}{1 - r^2\delta_{N1}\delta_{N2}}, \\ C_{23} = \frac{\lambda_b(1 - r\delta_{N1})(1 - \delta_{N2})}{1 - r^2\delta_{N1}\delta_{N2}}, \\ C_{33} = \frac{(\lambda_b + 2\mu_b)[(1 - r^2\delta_{N1})(1 - r^2\delta_{N2}) - 4r^2g^2\delta_{N1}\delta_{N2}]}{1 - r^2\delta_{N1}\delta_{N2}}, \\ C_{44} = \mu(1 - \delta_{T2}), \\ C_{55} = \mu(1 - \delta_{T1}), \\ C_{66} = \frac{\mu(1 - \delta_{T1})(1 - \delta_{T2})}{1 - \delta_{N1}\delta_{N2}}. \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$g = \mu_b / (\lambda_b + 2\mu_b),$$

$$r = 1 - 2g.$$

因为裂缝法向弱度 δ_{N1} 、 δ_{N2} 数量级较小,所以 δ_{N1} δ_{N2} 乘积近似为零,式(8)化简为

$$\begin{cases} C_{11} = (\lambda_b + 2\mu_b)(1 - \delta_{N1} - r^2\delta_{N2}), \\ C_{12} = \lambda_b(1 - \delta_{N1} - \delta_{N2}), \\ C_{13} = \lambda_b(1 - \delta_{N1} - r\delta_{N2}), \\ C_{22} = (\lambda_b + 2\mu_b)(1 - \delta_{N2} - r^2\delta_{N1}), \\ C_{23} = \lambda_b(1 - \delta_{N2} - r\delta_{N1}), \\ C_{33} = (\lambda_b + 2\mu_b)(1 - r^2\delta_{N1} - r^2\delta_{N2}), \\ C_{44} = \mu_b(1 - \delta_{T2}), \\ C_{55} = \mu_b(1 - \delta_{T1}), \\ C_{66} = \mu_b(1 - \delta_{T1} - \delta_{T2}). \end{cases} \quad (9)$$

2 正交各向异性介质方位反射系数推导

对于弱各向异性介质,任意对称轴纵波反射系数方程^[16]表示为

$$\begin{aligned} R_{PP}(\theta, \varphi) = & R_{PP}^{iso}(\theta) + \frac{1}{2}\Delta\varepsilon_z + \frac{1}{2}\left[\left(\Delta\delta_x - 8\frac{\bar{\beta}^2}{\alpha^2}\Delta\gamma_x\right)\cos^2\varphi + \right. \\ & \left. \left(\Delta\delta_y - 8\frac{\bar{\beta}^2}{\alpha^2}\Delta\gamma_y\right)\sin^2\varphi + 2\left(\Delta\chi_z - 4\frac{\bar{\beta}^2}{\alpha^2}\Delta\varepsilon_{45}\right)\cos\varphi\sin\varphi - \right. \\ & \left. \Delta\varepsilon_z\right]\sin^2\theta + \frac{1}{2}\left[\Delta\varepsilon_x\cos^4\varphi + \Delta\varepsilon_y\sin^4\varphi + \Delta\delta_z\cos^2\varphi\sin^2\varphi + \right. \end{aligned}$$

$$2(\Delta\varepsilon_{16}\cos^2\varphi + \Delta\varepsilon_{26}\sin^2\varphi)\cos\varphi\sin\varphi\sin^2\theta\tan^2\theta. \quad (10)$$

式中, α 和 β 分别为纵波、横波速度,上标横线代表上下两层介质参数的平均值; θ 为入射角; φ 为方位角; Δ 为界面两侧参数的相对变化量; ε_x 、 ε_y 、 ε_z 、 ε_{16} 、 ε_{26} 、 ε_{45} 、 δ_x 、 δ_y 、 δ_z 、 χ_z 、 γ_x 和 γ_y 为扰动参数。扰动参数 ε_x 、 ε_y 、 ε_z 、 ε_{16} 、 ε_{26} 、 ε_{45} 、 δ_x 、 δ_y 、 δ_z 、 χ_z 、 γ_x 和 γ_y 定义如下:

$$\begin{cases} \varepsilon_x = \frac{A_{11} - \alpha^2}{2\alpha^2}, \varepsilon_y = \frac{A_{22} - \alpha^2}{2\alpha^2}, \varepsilon_z = \frac{A_{33} - \alpha^2}{2\alpha^2}, \\ \varepsilon_{16} = \frac{A_{16}}{\alpha^2}, \varepsilon_{26} = \frac{A_{26}}{\alpha^2}, \\ \delta_x = \frac{A_{13} + 2A_{55} - \alpha^2}{\alpha^2}, \delta_y = \frac{A_{23} + 2A_{44} - \alpha^2}{\alpha^2}, \delta_z = \frac{A_{12} + 2A_{66} - \alpha^2}{\alpha^2}, \\ \chi_z = \frac{A_{36} + 2A_{45}}{\alpha^2}, \gamma_x = \frac{A_{55} - \beta^2}{2\beta^2}, \gamma_y = \frac{A_{44} - \beta^2}{2\beta^2}, \varepsilon_{45} = \frac{A_{45}}{\beta^2}. \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$A_{ij} = C_{ij} / \rho.$$

式中, A_{ij} 为密度 ρ 标准化的刚度参数。

各向同性介质的纵波反射系数 $R_{PP}^{iso}(\theta)$ 可以表示为

$$R_{PP}^{iso}(\theta) = A_{iso} + B_{iso}\sin^2\theta + C_{iso}\sin^2\theta\tan^2\theta, \quad (12)$$

$$\begin{cases} A_{iso} = \frac{1}{2}\frac{\Delta Z}{Z}, \\ B_{iso} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\alpha}{2\bar{\alpha}} - 4\frac{\bar{\beta}^2}{\bar{\alpha}^2}\left[\frac{\Delta\beta}{\beta} + \frac{\Delta\rho}{2\rho}\right], \\ C_{iso} = \frac{\Delta\alpha}{2\bar{\alpha}}, Z = \rho\alpha. \end{cases} \quad (13)$$

进一步将正交裂缝的刚度矩阵 C (式(1))带入式(11),得到正交裂缝反射系数的扰动参数为

$$\begin{cases} \chi_z = \varepsilon_{16} = \varepsilon_{26} = \varepsilon_{45} = 0, \\ \delta_x = -r\delta_{N1} - r^2\delta_{N2} - 2g\delta_{T1}, \\ \delta_y = -r\delta_{N2} - r^2\delta_{N1} - 2g\delta_{T2}, \\ \delta_z = -r(\delta_{N1} + \delta_{N2}) - 2g(\delta_{T1} + \delta_{T2}), \\ \varepsilon_x = -\frac{1}{2}(r^2\delta_{N2} + \delta_{N1}), \\ \gamma_x = -\frac{1}{2}g\delta_{T1}, \\ \varepsilon_y = -\frac{1}{2}(r^2\delta_{N1} + \delta_{N2}), \\ \varepsilon_z = -\frac{1}{2}r^2(\delta_{N1} + \delta_{N2}), \\ \gamma_y = -\frac{1}{2}g\delta_{T2}. \end{cases} \quad (14)$$

将式(14)带入式(10),最终得到正交介质的反射系数表达式为

$$\begin{aligned}
R_{pp}(\theta) = & \frac{1}{2} \frac{\Delta Z}{Z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta \alpha}{\bar{\alpha}} - 4 \frac{\bar{\beta}^2 \Delta \mu}{\bar{\alpha}^2 \bar{\mu}} \right) \sin^2 \theta + \\
& \frac{1}{2} \frac{\Delta \alpha}{\bar{\alpha}} \sin^2 \theta \tan^2 \theta - \frac{1}{4} r^2 (\Delta \delta_{N1} + \Delta \delta_{N2}) - \\
& \left[\frac{1}{4} r (1+2g) (\Delta \delta_{N1} + \Delta \delta_{N2}) - \right. \\
& gr (\sin^2 \varphi \Delta \delta_{N1} + \cos^2 \varphi \Delta \delta_{N2}) - \\
& \left. g (\Delta \delta_{T2} \sin^2 \varphi + \Delta \delta_{T1} \cos^2 \varphi) \right] \sin^2 \theta - \\
& \frac{1}{4} [(1-2g \sin^2 \varphi)^2 \Delta \delta_{N1} + (1-2g \cos^2 \varphi)^2 \Delta \delta_{N2} + \\
& 4g (\Delta \delta_{T1} + \Delta \delta_{T2}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi] \sin^2 \theta \tan^2 \theta.
\end{aligned} \quad (15)$$

3 正交裂缝方位反射系数傅里叶级数表示推导

研究表明任意弱各向异性介质的反射系数可以视为以方位角为周期的函数^[9],表示成三角函数之和的傅里叶级数形式为

$$R(\varphi, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} (u_n(\theta) \cos(n\varphi) + v_n(\theta) \sin(n\varphi)). \quad (16)$$

对于具有 N 个采样点的方位数据,余弦和正弦函数前的系数 $u_n(\theta)$ 和 $v_n(\theta)$ 定义为

$$u_n(\theta) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N R_k(\varphi, \theta) \cos(n\varphi) d\varphi, \quad (17)$$

$$v_n(\theta) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^N R_k(\varphi, \theta) \sin(n\varphi) d\varphi. \quad (18)$$

对于弱各向异性介质反射系数的近似,使用四阶傅里叶级数展开精度就可以,因为更高阶项的值很小,且无法分清是否是噪音,可以忽略,因此反射系数的四阶傅里叶级数展开表示如下:

$$R(\varphi, \theta) = u_0(\theta) + v_2(\theta) \sin(2\varphi) + u_2(\theta) \cos(2\varphi) + v_4(\theta) \sin(4\varphi) + u_4(\theta) \cos(4\varphi). \quad (19)$$

其中各阶三角函数前的系数代表的是任意对称轴介质反射系数公式(10)的线性组合,具体表示为

$$\begin{cases} u_0(\theta) = \omega_{00} + \omega_{10} \sin^2 \theta + \omega_{20} \sin^2 \theta \tan^2 \theta, \\ v_2(\theta) = \omega_{11} \sin^2 \theta + \omega_{21} \sin^2 \theta \tan^2 \theta, \\ u_2(\theta) = \omega_{12} \sin^2 \theta + \omega_{22} \sin^2 \theta \tan^2 \theta, \\ v_4(\theta) = \omega_{23} \sin^2 \theta \tan^2 \theta, \\ u_4(\theta) = \omega_{24} \sin^2 \theta \tan^2 \theta. \end{cases} \quad (20)$$

参数 ω_{ij} 与扰动参数(式(11))之间的关系为

$$\begin{cases} \omega_{00} = A_{iso} + 1/(2\alpha^2) \Delta(\alpha^2 \varepsilon_z), \\ \omega_{10} = B_{iso} + 1/(4\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \delta_x) - 8\Delta(\beta^2 \gamma_x)] + \\ 1/(4\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \delta_y) - 8\Delta(\beta^2 \gamma_y)] - 1/(2\alpha^2) \Delta(\alpha^2 \varepsilon_z), \\ \omega_{20} = C_{iso} + 1/(16\alpha^2) [3\Delta(\alpha^2 \varepsilon_x) + 3\Delta(\alpha^2 \varepsilon_y) + \\ \Delta(\alpha^2 \delta_z)], \\ \omega_{11} = 1/(2\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \chi_z) - 4\Delta(\beta^2 \varepsilon_{45})], \\ \omega_{12} = 1/(4\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \delta_x) - 8\Delta(\beta^2 \gamma_x) - (\Delta(\alpha^2 \delta_y) - \\ 8\Delta(\beta^2 \gamma_y))], \\ \omega_{21} = 1/(4\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \varepsilon_{16}) - \Delta(\alpha^2 \varepsilon_{26})], \\ \omega_{22} = 1/(4\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \varepsilon_x) - \Delta(\alpha^2 \varepsilon_y)], \\ \omega_{23} = 1/(8\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \varepsilon_{16}) - \Delta(\alpha^2 \varepsilon_{26})], \\ \omega_{24} = 1/(16\alpha^2) [\Delta(\alpha^2 \varepsilon_x) - \Delta(\alpha^2 \varepsilon_y) - \Delta(\alpha^2 \delta_z)]. \end{cases} \quad (21)$$

将得到的正交裂缝扰动参数式(14)带入式(21),化简后可以得到任意观测坐标系下正交介质傅里叶反射系数的具体表达式:

$$R(\varphi, \theta) = R_0(\theta) + R_2(\theta) \cos(2(\varphi - \varphi_0)) + R_4(\theta) \cos(4(\varphi - \varphi_0)). \quad (22)$$

其中 φ_0 为观测系统坐标系与推导方程所用坐标系的夹角。将余弦函数展开后可以得到式(19)的形式,而各级数振幅项 $R_n(\theta)$ 和偏移相位 φ_0 与合并前的傅里叶级数式(16)的关系为

$$\begin{cases} R_n(\theta) = \sqrt{u_n^2(\theta) + v_n^2(\theta)}, \\ \varphi_0 = \frac{1}{n} \arctan \left(\frac{v_n(\theta)}{u_n(\theta)} \right). \end{cases} \quad (23)$$

最后推导得到的正交裂缝方位反射系数傅里叶各级数项的具体表达式为

$$\begin{cases} R_0(\theta) = A_0 + B_0 \sin^2 \theta + C_0 \sin^2 \theta \tan^2 \theta, \\ R_2(\theta) = \frac{1}{2} g [\Delta(\delta_{T1} - \delta_{T2}) - r \Delta(\delta_{N1} - \delta_{N2})] \sin^2 \theta + \\ \frac{1}{2} g(g-1) \Delta(\delta_{N1} - \delta_{N2}) \sin^2 \theta \tan^2 \theta, \\ R_4(\theta) = \frac{1}{8} g [\Delta(\delta_{T1} + \delta_{T2}) - g \Delta(\delta_{N1} + \delta_{N2})] \sin^2 \theta \tan^2 \theta. \end{cases} \quad (24)$$

其中参数 A_0 、 B_0 、 C_0 与各向同性参数和各向异性参数之间的关系如下:

$$\begin{cases} A_0=A_{\text{iso}}-\frac{1}{4}r^2\Delta(\delta_{\text{N1}}+\delta_{\text{N2}}), \\ B_0=B_{\text{iso}}+\frac{1}{2}g\Delta(\delta_{\text{T1}}+\delta_{\text{T2}})-\frac{1}{4}r\Delta(\delta_{\text{N1}}+\delta_{\text{N2}}), \\ C_0=C_{\text{iso}}-\frac{1}{8}g\Delta(\delta_{\text{T1}}+\delta_{\text{T2}})-\frac{1}{8}(3g^2-4g+2)\Delta(\delta_{\text{N1}}+\delta_{\text{N2}}). \end{cases}$$

(25)

当各向同性介质中只发育一组垂直裂缝时,即裂缝弱度 $\Delta\delta_{\text{N1}}$ 、 $\Delta\delta_{\text{T1}}$ 等于零,或者 $\Delta\delta_{\text{N2}}$ 、 $\Delta\delta_{\text{T2}}$ 等于零,各阶傅里叶反射系数的表达式变为

$$\begin{cases} R_0(\theta)=A_{\text{iso}}-\frac{1}{4}r^2\Delta\delta_{\text{N1}}+\left(B_{\text{iso}}+\frac{1}{2}g\Delta\delta_{\text{T1}}-\frac{1}{4}r\Delta\delta_{\text{N1}}\right)\sin^2\theta+ \\ \left(C_{\text{iso}}-\frac{1}{8}g\Delta\delta_{\text{T1}}-\frac{1}{8}(3g^2-4g+2)\Delta\delta_{\text{N1}}\right)\sin^2\theta\tan^2\theta, \\ R_2(\theta)=\frac{1}{2}g(\Delta\delta_{\text{T1}}-r\Delta\delta_{\text{N1}})\sin^2\theta+\frac{1}{2}g(g- \\ 1)\Delta\delta_{\text{N1}}\sin^2\theta\tan^2\theta, \\ R_4(\theta)=\frac{1}{8}g(\Delta\delta_{\text{T1}}-g\Delta\delta_{\text{N1}})\sin^2\theta\tan^2\theta. \end{cases}$$

(26)

式(26)即为 HTI 介质傅里叶反射级数表达式,和 Downtown^[9]给出的形式相同。可见 HTI 介质傅里叶反射系数公式是正交介质傅里叶反射系数公式的一种特殊情况。

4 正交裂缝密度与傅里叶反射级数项之间的关系

Hudson^[3-4]给出了含有薄硬币形状裂缝的等效模量刚度表达式,对比线性滑移模型,可以得到裂缝法向弱度 δ_{N} 和切向弱度 δ_{T} 与 Hudson 参数之间的关系:

$$\delta_{\text{N}}=\frac{\lambda_{\text{b}}+2\mu_{\text{b}}}{\mu_{\text{b}}}U_{11}e,\delta_{\text{T}}=U_{33}e.$$

(27)

其中 e 为裂缝密度, U_{11} 、 U_{33} 为 Hudson 裂缝参数,将 Hudson 裂缝参数带入式(27)化简可以得到^[12]:

$$\delta_{\text{N}}=\frac{4e}{3g(1-g)\left[1+\frac{1}{\pi g(1-g)}\frac{K_{\text{f}}+(4/3)\mu_{\text{f}}a}{\mu_{\text{b}}c}\right]},$$

(28)

$$\delta_{\text{T}}=\frac{16e}{3(3-2g)\left[1+\frac{4}{\pi(3-2g)}\frac{\mu_{\text{f}}a}{\mu_{\text{b}}c}\right]}.$$

(29)

表 1 HTI 单组裂缝模型参数

Table 1 Model parameters for single group fractural HTI medium

层	$v_{\text{p}}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$v_{\text{s}}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	δ_{N1}	δ_{N2}	δ_{T1}	δ_{T2}	e_1	e_2
1	3 800	1 900	2 450	0	0	0	0	0	0
2	4 200	2 100	2 550	0.09	0	0.17	0	0.08	0

式中, K_{f} 和 μ_{f} 分别为裂缝中流体的体积模量和剪切模量; a/c 为裂缝高宽比。如果裂缝不含流体或饱含气体, K_{f} 、 μ_{f} 近似等于零,此时,裂缝的法向和切向弱度为

$$\delta_{\text{Nd}}=\frac{4e}{3g(1-g)},\delta_{\text{Td}}=\frac{16e}{3(3-2g)}.$$

(30)

对应的反射系数傅里叶级数 $R_2(\theta)$ 和 $R_4(\theta)$ 近似等于:

$$R_2(\theta)\approx\frac{2}{3}\left(\frac{4g}{3-2g}-\frac{1-2g}{1-g}\right)(\Delta e_1-\Delta e_2)\sin^2\theta,$$

(31)

$$R_4(\theta)\approx\frac{1}{6}g\left(\frac{4}{3-2g}-\frac{1}{1-g}\right)(\Delta e_1+\Delta e_2)\sin^2\theta\tan^2\theta.$$

(32)

可以看出,对于给定入射角度,通过联立(31)和(32)两式,就可以分别得到两个正交方向裂缝的发育密度。

对于饱含流体的薄裂缝,其宽高比 c/a 很小, μ_{f} 等于零,裂缝法向弱度趋于零:

$$\delta_{\text{Ns}}=0,\delta_{\text{Ts}}=\frac{16e}{3(3-2g)}.$$

(33)

对应的反射系数傅里叶级数 $R_2(\theta)$ 和 $R_4(\theta)$ 近似等于:

$$R_2(\theta)\approx\frac{8g}{3(3-2g)}(\Delta e_1-\Delta e_2)\sin^2\theta,$$

(34)

$$R_4(\theta)\approx\frac{2g}{3(3-2g)}(\Delta e_1+\Delta e_2)\sin^2\theta\tan^2\theta.$$

(35)

同样,对于给定入射角度,通过联立式(34)和(35),就可以分别得到两个正交方向裂缝的发育密度。

5 模型测试

5.1 单点模型测试

建立表 1 所示的模型,上层为各向同性介质,纵、横波速度、密度分别为 3 800 m/s、1 900 m/s、2 450 kg/m³;下层为裂缝介质,只发育一组平行裂缝,裂缝饱含气体,裂缝的法向弱度 δ_{N1} 为 0.09,切向弱度 δ_{T1} 为 0.17,裂缝密度 e_1 为 0.08,纵、横波速度、密度分别为 4 200 m/s、2 100 m/s、2 550 kg/m³。其他参数为零。

按表 1 给出的 HTI 模型参数,利用正交介质傅里叶反射系数展开式(22),得到方位各向异性反射系数随入射角度和方位变化响应如图 1 所示。可以看出随入射角度增大,反射系数振幅变化越来越明显,即方位各向异性特征越来越明显;随方位角变化,反射系数在裂缝法向 0°取得极大值,而在裂缝走向±90°取得极小值。符合 HTI 介质的方位各向异性特征。

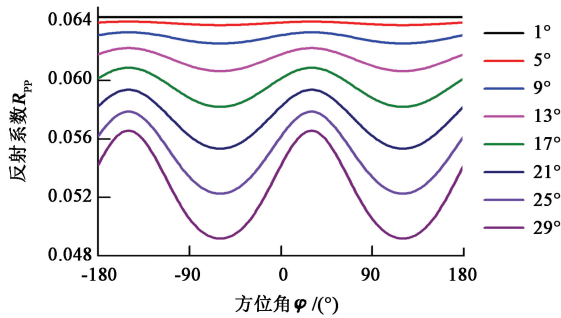


图 1 HTI 介质反射系数随方位角和入射角变化
Fig.1 Reflection coefficient variations with azimuth and incidence angle in HTI media

表 2 正交裂缝模型参数
Table 2 Orthogonal fracture model parameter

层	$v_p/(m \cdot s^{-1})$	$v_s/(m \cdot s^{-1})$	$\rho/(kg \cdot m^{-3})$	δ_{N1}	δ_{N2}	δ_{T1}	δ_{T2}	e_1	e_2
1	3 800	1 900	2 450	0	0	0	0	0	0
2	4 200	2 100	2 550	0. 09	0. 05	0. 17	0. 1	0. 08	0. 05

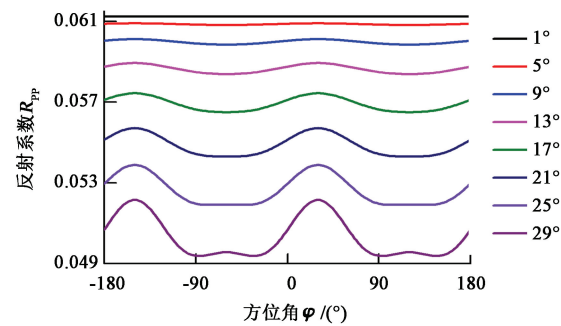


图 2 正交裂缝方位反射系数随方位角和入射角变化
Fig.2 Reflection coefficient variations with azimuth and incidence angle in orthorhombic media

5.2 单道模型裂缝密度预测

选取 Marmous 模型中的一道作为模型数据,并给出正交裂缝密度,假设裂缝为含气或干裂缝,裂缝位置为裂缝密度不为零的地方。模型参数如图 4 所示。然后根据褶积模型,用雷克子波合成不同方位角和入射角的具有不同信噪比的地震记录,进一步利用傅里叶级数展开原理,分别得到不同入射角度的傅里叶 2、4 阶级数,最后通过联立式(31)和(32)

进一步研究正交裂缝,建立如表 2 所示的模型,上层为各向同性介质,纵横波速度、密度分别为 3 800 m/s、1 900 m/s、2 450 kg/m³;下层为正交裂缝介质,纵横波速度、密度分别为 4 200 m/s、2 100 m/s、2 550 kg/m³。其中第一组裂缝,裂缝法向平行于 30°方向,裂缝法向弱度 δ_{N1} 为 0. 09,切向弱度 δ_{T1} 为 0. 17,裂缝密度 e_1 为 0. 08;而第二组裂缝垂直于上一组的裂缝,即裂缝法向平行于 120°方向,裂缝法向弱度 δ_{N2} 为 0. 05,切向弱度 δ_{T2} 为 0. 1,裂缝密度 e_2 为 0. 05。由此可以得出正交裂缝偏移相位 30°,正交裂缝方位反射系数随方位角和入射角变化如图 2 所示。可以看出,随入射角度增大,反射系数振幅变化越来越明显,方位各向异性明显;随方位角变化,同一入射角度情况下,30°方向为反射系数取得最大值方向,对应第一组裂缝密度较大的裂缝组法向;-60°方向取得局部极大值,对应第二组密度较小的裂缝组法向。图 3 是正交裂缝方位反射系数傅里叶二阶级数 R_2 项,可以看出极大值对应的方位角正是正交裂缝偏移相位角。

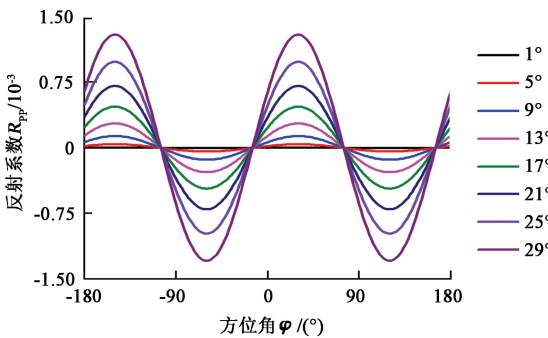


图 3 正交裂缝方位反射系数傅里叶级数展开 R_2 项
Fig.3 Fourier series term R_2 for azimuthal reflection coefficients of orthorhombic media

解得正交方向的裂缝密度。

图 5 为应用傅里叶级数方法对不同信噪比地震记录进行裂缝密度 e_1 预测的结果。可以看出当信噪比大于 5 时,用该方法预测得到的结果准确,信噪比过小时,预测结果与实际裂缝密度差别较大,因此实际应用中应采用信噪比大于 5 的地震数据。

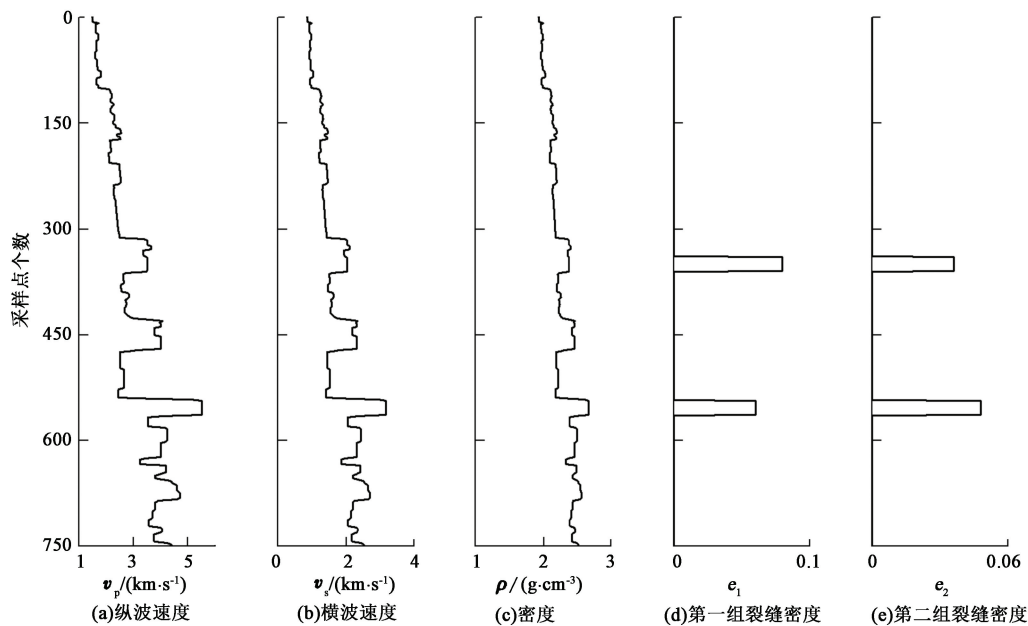


图 4 单道正交裂缝模型
Fig. 4 Single orthogonal fracture model

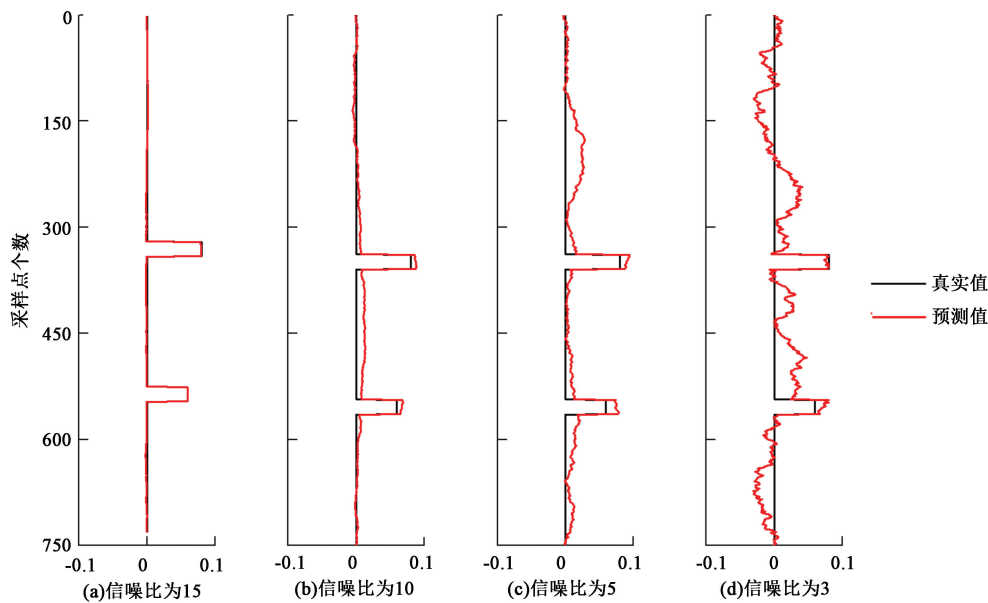


图 5 不同信噪比地震记录下的傅里叶级数裂缝密度 e_1 预测结果

Fig. 5 Prediction results for fracture density from seismic data with different signal-noise ratio

6 结束语

通过推导得出弱各向异性条件下正交裂缝方位反射系数的傅里叶级数展开方程,并根据 Hudson 裂缝模型,分别得到了干裂缝和流体包含裂缝的傅里叶 2、4 阶级数与裂缝密度的关系。模型测试结果表明,该公式能够正确描述正交裂缝介质方位各向异性与反射系数之间的关系,而且应用该方法进行裂缝密度预测时,在较高信噪比条件下能够准确预测不同方向的裂缝密度。需要说明的是,该方程应用

条件为弱各向异性介质,且方位采样数据应足够多,保证傅里叶级数展开方法要求的采样间隔满足 Nyquist 采样定理;另外本文中只是进行了模型测试,实际数据应用中需要对纵横波速度比的影响做进一步研究。

参考文献:

[1] 印兴耀,刘倩. 致密储层各向异性地震岩石物理建模及应用[J]. 中国石油大学学报(自然科学版),2016, 40(2):52-58.

- YIN Xingyao, LIU Qian. Anisotropic rock physics modeling of tight sandstone and applications [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2016,40(2):52-58.
- [2] SCHOENBERG M. Elastic wave behavior across linear slip interfaces[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 1980,68(5):1516-1521.
- [3] HUDSON J A. Overall properties of cracked solid[J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1980,88(2):371-384.
- [4] HUDSON J A. Wave speeds and attenuation of elastic waves in material containing cracks [J]. Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society, 2010,64(1):133-150.
- [5] THOMSEN L. Weak elastic anisotropy[J]. Geophysics, 1986,51(10):1954-1966.
- [6] RÜGER A. P wave reflection coefficients for transversely isotropic models with vertical and horizontal axis of symmetry[J]. Geophysics,1997,62(3):713-722.
- [7] 印兴耀,刘婵娟,王保丽. 基于混合遗传算法的叠前随机反演方法[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2017,41(4):65-70.
- YIN Xingyao, LIU Chanjuan, WANG Baoli. Pre-stack stochastic inversion based on hybrid genetic algorithm [J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2017,41(4):65-70.
- [8] 张繁昌,张汛汛,翁斌,等. 基于匹配追踪的叠前道集吸收补偿和频散校正[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2017,41(4):71-77.
- ZHANG Fanchang, ZHANG Xunxun, WENG Bin, et al. Prestack seismic gather absorption compensation and dispersion correction based on matching pursuit[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2017,41(4):71-77.
- [9] DOWNTON J E, ROURE B. Interpreting azimuthal Fourier coefficients for anisotropic and fracture parameters [J]. Interpretation, 2015,3(3):ST9-ST27.
- [10] SCHOENBERG M, SAYERS C M. Seismic anisotropy of fractured rock [J]. Geophysics, 1995,60(1):204-211.
- [11] GRECHKA V, BAKULIN A, TSVANKIN I. Seismic characterization of vertical fractures described as general linear-slip interfaces [J]. Geophysical Prospecting, 2003,51(2):117-130.
- [12] BAKULIN A, TSVANKIN I, GRECHKA V. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data—part I: HTI model due to a single fracture set[J]. Geophysics, 2000,65(6):1788-1802.
- [13] BAKULIN A, TSVANKIN I, GRECHKA V. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data—part II: fractured models with orthorhombic symmetry [J]. Geophysics, 2000,65(6):1818-1830.
- [14] BAKULIN A, TSVANKIN I, GRECHKA V. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data—part III: fractured models with monoclinic symmetry[J]. Geophysics, 1999,65(6):1818-1830.
- [15] HSU C J, SCHOENBERG M. Elastic waves through a simulated fractured medium [J]. Geophysics, 1993,58(7):964.
- [16] PŠENCÍK I, MARTINS J L. Properties of weak contrast PP reflection/transmission coefficients for weakly anisotropic elastic media[J]. Studia Geophysica et Geodaetica, 2001,45(2):176-199.

(编辑 修荣荣)