

楔形钻齿作用下岩石破碎及微观劣化过程

祝效华, 刘伟吉

(西南石油大学机电工程学院, 四川成都 610500)

摘要:从理论分析和数值模拟两方面研究楔形钻齿侵入岩石过程中径向裂纹和侧向裂纹的扩展情况。首先根据 Marshall 的试验研究, 分析考虑钻井液压力、侧压作用下岩石在楔形钻齿侵入过程中径向裂纹与侧向裂纹的极限长度公式和最佳齿间距公式, 讨论钻井液压力、侧压和齿间距对裂纹扩展的影响; 然后利用离散单元方法(PFC2D)研究楔形钻齿侵入过程中岩石的失效以及裂纹扩展情况。研究表明: 随着侧压增大, 临界侵入深度变大; 钻齿下方的损伤区域变小, 并且损伤区域变得相对比较平坦, 不再凸入岩石内部; 钻井液压力增大对径向裂纹的扩展以及损伤区域的扩大有促进作用, 径向裂纹长度以及损伤区域随钻井液压力的增大而增大, 但损伤区域随着钻井液压力的增大越来越凸入岩石内部; 钻井液压力对侧向裂纹的萌生和扩展有抑制作用; 合理的齿间距可以产生侧向裂纹重叠区, 促进岩石的破碎, 提高破岩效率; 理论分析结果和数值仿真结果较一致。

关键词:楔形钻齿; 侵入; 岩石破碎; 裂纹扩展

中图分类号:TE 242

文献标志码:A

引用格式:祝效华, 刘伟吉. 楔形钻齿作用下岩石破碎及微观劣化过程[J]. 中国石油大学学报(自然科学版), 2017, 41(1): 90-95.

ZHU Xiaohua, LIU Weiji. Numerical simulation of rock breaking and microscopic deterioration under wedge-shaped drill bit teeth[J]. Journal of China University of Petroleum (Edition of Natural Science), 2017, 41(1): 90-95.

Numerical simulation of rock breaking and microscopic deterioration under wedge-shaped drill bit teeth

ZHU Xiaohua, LIU Weiji

(School of Mechatronic Engineering in Southwest Petroleum University, Chengdu 610500, China)

Abstract: Theoretical analysis and numerical simulation were conducted in this study to investigate the propagation of radial and lateral cracks during rock breaking using wedge-shaped drilling bit teeth. The formulas for calculating the radial and lateral crack limitation lengths and the optimal space width were derived, in which the effects of hydraulic pressure and lateral pressure were considered based on the experimental research of Marshall, and the effects of hydraulic pressure, lateral pressure and space width on crack propagation were analyzed. A discrete element method (PFC2D) was used to simulate the indentation process of the drilling bit teeth. The results show that, with the indenter penetrating into rock, the sub-vertical cracks can be formed from the damaged zone and it will extend to bottom edge of the rock at last. The initiation and propagation of the sub-vertical cracks are mainly driven by the tensile contact forces. The development of sub-vertical cracks and the damaged rock zone can be restrained with lateral pressure increasing, and the increase of the lateral pressure can lead to an increase in the critical penetration depth, while the size of the damaged zone decreases and its shape flattens. The development of the sub-vertical cracks and the damaged zone can be promoted with the increase of the hydraulic pressure. A reasonable space width of the bit teeth is beneficial to rock fragmentation, which can improve the efficiency of rock breaking.

Keywords: wedge-shaped bit teeth; indentation; rock breaking; crack propagation

收稿日期: 2016-03-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(51674214); 四川省科技计划国际合作计划项目(2016HH0008); 四川省青年科技创新研究团队项目(2014TD0025)

作者简介: 祝效华(1978-), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 研究方向为管柱力学和钻井提速。E-mail: zxhth113@163.com。

钻齿与岩石相互作用的基本方式一般可分为切削破岩和侵入破岩两种^[1],两者的主要区别在于:在切削破岩中钻齿的运动方向和被切削岩石表面平行;在侵入破岩中钻齿的运动方向垂直于岩石表面^[2-3]。侵入破岩是岩石挖掘以及机械破岩的基本形式,研究钻齿侵入过程中岩石的失效机制对于优化钻井参数提高钻井效率有重要作用^[4-5]。针对钻齿侵入岩石失效机制的研究主要可以分为室内试验^[5-12]、理论分析^[13-20]和数值模拟^[21-28]。为了研究岩石在侵入过程中的变形情况以及失效机制,笔者主要从理论分析和数值模拟两方面研究楔形钻齿侵入岩石过程中径向裂纹和侧向裂纹的扩展情况,根据 Marshall 的试验研究,分析在考虑钻井液压力、侧压情况下岩石在楔形钻齿侵入过程中径向裂纹与侧向裂纹的极限长度公式和最佳的齿间距公式,以及钻井液压力、侧压和齿间距对裂纹扩展的影响;然后利用离散单元方法(PFC2D)研究楔形钻齿侵入过程中岩石的失效以及裂纹扩展情况。

1 侵入断裂形态及分析

1.1 侵入断裂形态

对压头侵入脆性材料的研究结果表明,弹性侵入和弹脆性侵入的区别主要在于压头形状和被侵入材料性质。弹脆性侵入时一般在损伤区外产生径向、中间和侧向裂纹,除了产生这3种裂纹外,还在压头下方产生密实核,如图1所示。

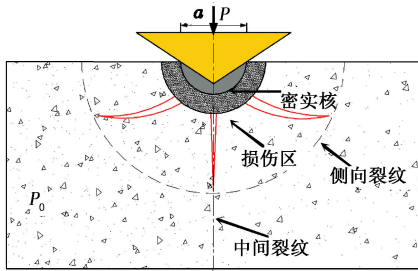


图1 静态侵入断裂形态

Fig.1 Static fracture morphology

1.2 侵入断裂分析

建立侵入载荷与裂纹长度的关系对研究被侵入材料中裂纹的扩展范围、强度衰减、损伤所致的程度以及脆性材料的侵入破碎机制有重要意义。根据 Swain^[29]拉脆侵入理论得到侵入载荷与径向裂纹长度的关系为 $P \propto C_r^{3/2}$ 。Marshall^[30-32]根据前人大量的试验和理论研究结果,提出了适用于各种压头弹脆性侵入断裂的分析方法。其分析基于两个普遍的试验现象:弹脆性侵入产生的裂纹最终形态在压头离

开材料表面完成,即残余应力场在形成裂纹最终形态方面起到了很大作用;压痕下不可逆变形区的形状近似半球形。最后提出了与径向裂纹产生密切相关的应力强度因子的概念:

$$K_r = \beta(EH)^{1/2}(\delta V)^{2/3}/C_r^{3/2}. \quad (1)$$

式中, β 为常数; E 为岩石弹性模量,MPa; H 为被侵入材料的硬度,HRC; δV 为压痕体积, mm^3 。

同时通过试验测定岩石的平面应变断裂韧度 K_{Ic} ,当 $K_r \geq K_{Ic}$,即产生径向裂纹扩展,

$$P/C_r^{3/2} = K_{Ic}/X_b. \quad (2)$$

其中

$$X_b = \beta(E/H)^{1/2}(\cot \psi)^{2/3}/a_0.$$

式中, ψ 为压头特征角,(°); a 为牙齿接触长度,mm; a_0 为牙齿几何参数。

凿岩中最关键的裂纹是侧向裂纹,试验说明侧向裂纹在压头卸载时扩展,因而残余应力起主要作用。假定侧向裂纹平行于自由面,且同时忽略多层开裂的影响,建立简化的侧向裂纹分析模型,如图2所示。假设把侧向裂纹以上的岩石当成厚度为 h 的板,残余应力 P_{r1} 与其引起的位移 u_r 呈线性关系:

$$\frac{P_{r1}}{P_{r0}} = \frac{1-u_r}{u_{r0}}. \quad (3)$$

式中, P_{r0} 为最大残余应力,MPa; u_{r0} 为 $P_{r1}=0$ 时的初始位移,mm; u_r 为残余力 P_{r1} 引起的位移,mm。

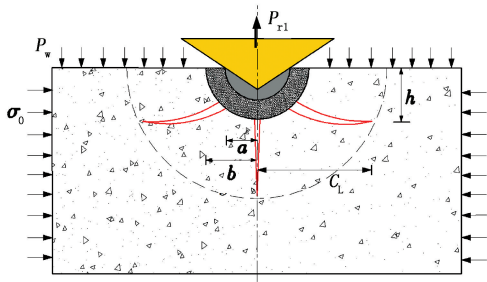


图2 侧向裂纹系统

Fig.2 Lateral cracks system

联立平面应变应力强度因子方程,塑性区及压痕体积的几何尺寸方程为

$$K_{Ic} = [A/2\pi(1-\nu^2)]^{1/2}P_{r1}/h^{3/2}, \quad (4)$$

$$P_{r1} = P_{r0}/(1+AP_{r0}C_L^2/Eu_{r0}h^3). \quad (5)$$

式中, ν 为泊松比; A 为与压头几何形状相关的常数; h 为侧向裂纹以上岩石的厚度,mm。

最大残余应力、初始位移及侧向裂纹以上岩石的厚度为

$$P_{r0} \propto (E/H)^{1/2}(\cot \psi)^{2/3}P, \quad (6)$$

$$u_{r0} \propto [(H/E)/H^{1/2}](\cot \psi)^{1/3}P^{1/2}, \quad (7)$$

$$h \propto [(H/E)^{1/2}/H^{1/2}](\cot \psi)^{1/3}P^{1/2}. \quad (8)$$

侧向裂纹的极限长度为

$$C_L = \{ (\xi_L/A^{1/2})(\cot \psi)^{5/6} \times [(E/H)^{3/4}/K_c H^{1/4}]^{1/2} \} P^{5/8}. \quad (9)$$

式中, ξ_L 为与材料、压头系统无关的常数。

1.2.1 考虑钻井液压力和侧压下的径向裂纹长度

由于岩石在侧压、钻井液压力以及孔隙压力的共同作用下表现出承受拉或受压的状态,应力用 P_L 表示,假设拉应力为正,方向和 P_r 方向相同;压应力为负,方向和 P_r 方向相反,如图3所示。井底岩石承受拉应力有利于钻头破碎岩石,能够提高钻进速度,

$$P_r \propto pV^{2/3}, \quad (10)$$

$$P_p \propto E\delta V/V, \quad (11)$$

$$K_{r0} \propto (P_r - P_L)/C_r^{3/2}, \quad (12)$$

$$\delta V/V \propto (H/E)^{3/2}, \quad (13)$$

$$\delta V = a_1 a^3 \cot \psi, \quad (14)$$

$$H = P/a_0 a^2. \quad (15)$$

式中, P_p 为弹塑性交界面的应力, MPa; P 为侵入应力, MPa; V 为破岩体积。

岩石在承受拉或压应力情况下与径向裂纹产生密切相关的应力强度因子为

$$K_{r0} = [\beta(EH)^{1/2}(\delta V)^{2/3} - P_L]/C_r^{3/2}. \quad (16)$$

产生裂纹扩展的条件为 $K_{r0} \geq K_{c0}$, 即平衡状态下裂纹生长的条件由 K_{r0} 等于材料断裂韧度 K_{c0} 得到,

$$K_{c0} = [\beta(EH)^{1/2}(\delta V)^{2/3} - P_L]/C_r^{3/2}. \quad (17)$$

由此可以得到径向裂纹的长度为

$$C_r = (PX_b/K_{c0})^{2/3}. \quad (18)$$

由图3可知,侧压 σ_0 是影响应力 P_L 的关键因素,侧压 σ_0 越大则 P_L 的作用方向与残余应力 P_r 相

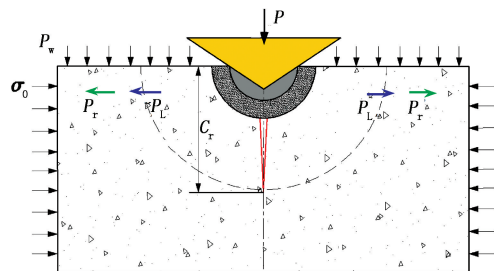


图3 中间和径向裂纹

Fig.3 Median and radial crack

反,呈现出压应力的状态,阻碍径向裂纹的扩展;由式(16)和(17)可知, P_L 呈现出压应力的状态,断裂韧度 K_{c0} 变大,使相同条件下径向裂纹的扩展更困难。钻井液压力 P_w 的存在使上表面存在边界条

件,将产生附加的残余应力 P_L ,使断裂韧度 K_{c0} 变小,使相同条件下径向裂纹的扩展变得更容易。在无钻井液压力 P_w 的情况下,自由面存在对侵入力的影响程度大于侧压的影响程度。

1.2.2 考虑钻井液压力和围压下的侧向裂纹长度

当牙齿卸载到最后,从中央裂纹出发产生横向裂纹,由密实核区域产生的残余应力 P_{r1} 和井底压力 P_w 将诱导横向裂纹贯穿自由面最终形成崩裂坑,如图2所示。此时,在井底压力作用下与岩石侧向裂纹产生密切相关的应力强度因子为

$$K_{c1} = [A/2\pi(1-\nu^2)]^{1/2} P_{r1}/h^{3/2}. \quad (19)$$

可以得出侧向裂纹的极限长度为

$$C_L = \{ (\xi_L/A^{1/2})(\cot \psi)^{5/6} \times [(E/H)^{3/4}/K_{c1} H^{1/4}]^{1/2} \} P^{5/8}. \quad (20)$$

由式(3)、(5)、(19)和(20)可知,当井底压力 P_w 变小时,残余应力 P_{r1} 减小,应力强度因子 K_{c1} 变小,侧向裂纹的极限长度值变大。井底岩石在欠平衡状态下侧向裂纹比平衡状态下长,更有利于钻头切削破岩。反之,则不利于钻头切削破岩。平衡状态即钻井液压力和地层压力相等的情况,欠平衡状态为钻井液压力小于地层压力的情况。

1.3 齿间距优化

通过牙齿破岩仿真发现,牙齿侵入岩石时,若其附近存在裂隙等自由面,自由面距牙齿的距离 $(t - C_L)$ 与牙齿接触长度 a 的关系对钻头的破岩效果会产生较大的影响: $(t - C_L)/a = 1 \sim 2$, 可以产生侧向裂纹重叠区,如图4所示,岩石强度下降,有利于岩石破碎; $(t - C_L)/a \geq 4$, 对岩石强度影响甚微; $(t - C_L)/a < 1$, 裂痕重叠,破裂区被双向压制,影响破岩效果。结合侵入破岩特性,两个齿间的间距 t 应设计为

$$t = \frac{3}{2}a + \frac{3(C_{L1} + C_{L2})}{4}. \quad (21)$$

式中, C_{L1} 和 C_{L2} 分别为两个齿的平均侧向裂纹尺寸, mm。

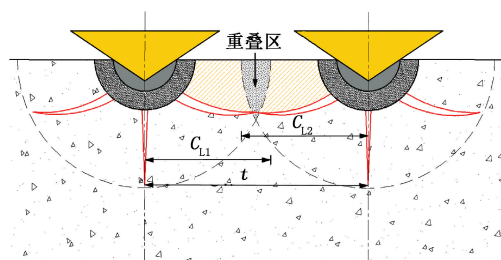


图4 双齿侧向裂纹扩展的分析模型

Fig.4 Analytical model of lateral crack extension of double teeth

2 数值仿真模型的建立

楔形钻齿压入岩石的示意图如图 5 所示。其中钻齿的楔角大于 90° , 即 $\beta \leq 45^{\circ}$ 。岩石模型包含了 23 566 个由平行黏结键黏结在一起的颗粒, 半径为 $0.075 \sim 0.1125 \text{ mm}$ 。文中颗粒的平均半径为 R 。模型两侧受平行于上表面的侧压 σ_0 的作用, 下表面在竖直方向的运动被约束, 上表面受钻井液压力 P_w 的作用; 侧压通过伺服算法控制, 上表面所加钻井液压力假定为井筒压力与地层压力的差值。钻齿的运动方向垂直于岩石上表面, 其值为 v , 钻齿侵入深度为 d 。

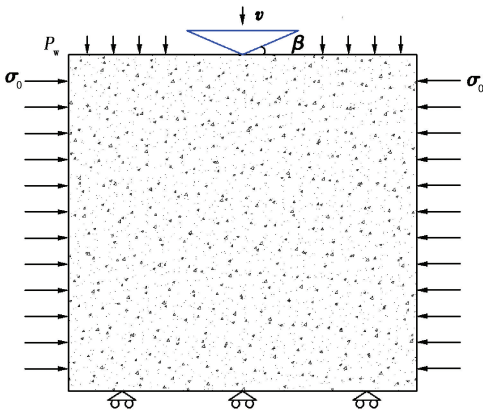


图 5 钻齿与岩石相互作用示意图

Fig. 5 Schematic of rock indentation

在 PFC 中颗粒之间的接触模型有两种, 分别为接触黏结和平行黏结。在接触黏结中, 只要颗粒之间有接触模型刚度就不会发生改变, 即便接触黏结键被破坏。在平行黏结中, 模型的刚度由颗粒的接触刚度和平行黏结刚度共同决定, 当平行黏结键发生破坏时, 模型的刚度会减小。平行黏结的这种性质和真实的岩石比较相似, 本文中采用平行黏结模型。颗粒流模型的微观参数为: 颗粒摩擦系数 0.5, 最小颗粒半径 0.075 mm , 颗粒半径比 1.66, 颗粒模量 28 GPa , 颗粒密度 2620 kg/m^3 , 颗粒刚度比 2.5, 平行黏结半径因子 1.0, 法向黏结强度 $(91 \pm 20) \text{ MPa}$, 切向黏结强度 $(91 \pm 20) \text{ MPa}$, 平行黏结颗粒 28 GPa , 平行黏结刚度比 2.5。

3 结果分析

在侧压为 10 MPa 时, 不同侵入深度下裂纹的扩展情况如图 6 所示, 红色为拉伸裂纹, 蓝色为剪切裂纹。由图 6 可知, 随着侵入深度的增加钻齿下方的损伤区域不断增大; 当损伤区域增大到一定范围后, 径向裂纹从损伤区域萌生, 并且向着岩石内部扩展,

最后贯穿整个岩体。

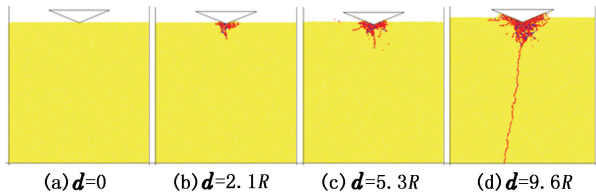


图 6 不同侵入深度下径向裂纹的扩展情况

Fig. 6 Radial crack propagation with various penetration depths

3.1 侧压对裂纹扩展的影响

侧压对裂纹扩展的影响如图 7 所示。随着侧压的增大, 钻齿下方的损伤区和径向裂纹都有被抑制的趋势, 相同侵入深度下径向裂纹的长度变短, 即钻齿的临界侵入深度变大, 钻齿下方的损伤区域变小, 并且损伤区域变得相对平坦, 不再凸入岩石内部。

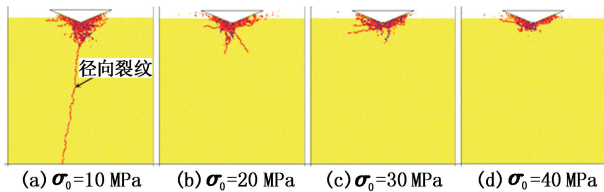


图 7 侧压对裂纹扩展的影响 ($d=9.6R$)

Fig. 7 Rock indentation with different lateral pressures ($d=9.6R$)

3.2 钻井液压力对裂纹扩展的影响

钻井液压力对裂纹扩展的影响如图 8 所示, 保持侧压恒定为 20 MPa 。由图 8 可知, 计算结果和图 7 中计算结果恰好相反, 钻井液压力的增大对径向裂纹的扩展以及损伤区域的扩大都有促进作用。径向裂纹以及损伤区域随着钻井液压力的增大而增大, 但是损伤区域随着钻井液压力的增大越来越凸入岩石内部。钻井液压力对侧向裂纹的萌生和扩展有抑制作用, 当钻井液压力比较小时, 侧向裂纹从塑性区萌生并朝着自由面扩展, 随着钻井液压力增大侧向裂纹的萌生和扩展受到抑制。

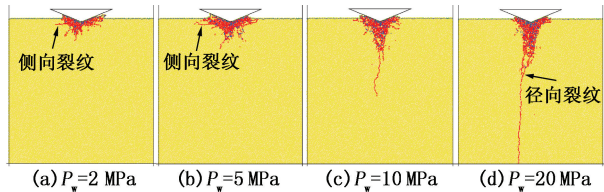


图 8 钻井液压力对裂纹扩展的影响 ($d=8R$)

Fig. 8 Rock indentation with various drilling fluid pressure ($d=8R$)

3.3 齿间距对裂纹扩展的影响

研究齿间距为 8 和 12 mm 钻齿侵入岩石过程

中岩石的失效情况,如图9和10所示。由图9可知,随着侵入深度的增大,当 $d=5.3R$ 时,侧向裂纹得到扩展;当侵入深度 $d=8.5R$ 时,两个牙齿之间的侧向裂纹交汇,形成岩屑。图10中没有形成侧向裂纹以及两个牙齿之间的岩石没有形成岩屑剥落。合理的齿间距可以产生侧向裂纹重叠区,促进岩石的破碎,提高破岩效率。

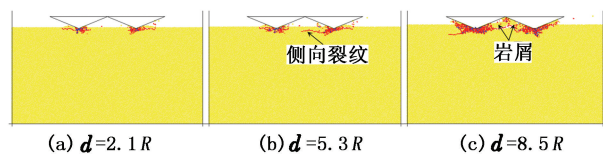


图9 齿间距为8 mm 时不同侵入深度对应的裂纹扩展情况

Fig.9 Crack propagation with space width 8 mm

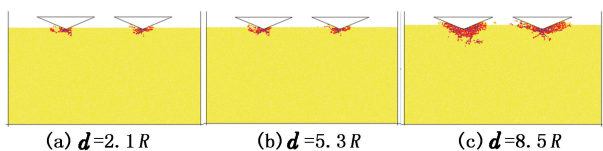


图10 齿间距为12 mm 时不同侵入深度对应的裂纹扩展情况

Fig.10 Crack propagation with space width 12 mm

4 结 论

(1)侧压是阻碍径向裂纹扩展的重要因素,钻井液压力对侧向裂纹的萌生和扩展的抑制作用很大,但对径向裂纹的扩展有促进作用,合理的齿间距可以促进岩石的破碎。

(2)随着侧压增大,临界侵入深度增大,钻齿下方的损伤区域变小,并且损伤区域变得相对比较平坦,不再凸入岩石内部;钻井液压力增大对于径向裂纹的扩展以及损伤区域的扩大都有促进作用,径向裂纹长度以及损伤区域随钻井液压力的增大而增大,并且损伤区域随钻井液压力的增大会越来越凸入岩石内部;钻井液压力对侧向裂纹的萌生和扩展有抑制作用。合理的齿间距可以产生侧向裂纹重叠区,促进岩石的破碎,提高破岩效率。

参考文献:

- [1] NISHIMATSU Y. The mechanics of rock cutting[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1972,9(2):261-270.
- [2] HOOD M C, ROXBOROUGH F F. Rock breakage: mechanical[J]. SME Mining Engineering Handbook, 1992, 1:680-721.
- [3] KALYAN B, MURTHY C S N, CHOUDHARY R P. Rock indentation indices as criteria in rock excavation technolo-

gy: a critical review[J]. Procedia Earth and Planetary Science, 2015,11:149-158.

- [4] KAHRAMAN S, FENER M, KOZMAN E. Predicting the compressive and tensile strength of rocks from indentation hardness index[J]. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 2012,112(5):331-339.
- [5] ZHANG H, SONG H, KANG Y, et al. Experimental analysis on deformation evolution and crack propagation of rock under cyclic indentation[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013,46(5):1053-1059.
- [6] ZHANG H, HUANG G, SONG H, et al. Experimental investigation of deformation and failure mechanisms in rock under indentation by digital image correlation[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2012,96:667-675.
- [7] ZHANG H, SONG H. Experimental investigation on deformation and failure of rock under cyclic indentation[R]. ICF13, 2013.
- [8] AJIBOSE O K, WIERCIGROCH M, AKISANYA A R. Experimental studies of the resultant contact forces in drill bit; rock interaction[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2015,91:3-11.
- [9] CHEN L H, LABUZ J F. Indentation of rock by wedge-shaped tools[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2006,43(7):1023-1033.
- [10] 陈立宪,黄国忠,陈尧中. 岩体贯切破坏在不同侧向自由边界的声发射演化[J]. 岩石力学与工程学报, 2009,28(12):2411-2420.
CHEN Lixian, HUANG Guozhong, CHEN Yaozhong. Acoustic emission evolution in indentation fracture of rocks under different lateral pressure free boundaries[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009,28(12):2411-2420.
- [11] 莫振泽,李海波,周青春,等. 楔刀作用下岩石微观劣化的试验研究[J]. 岩土力学, 2012,33(5):1333-1340.
MO Zhenzhe, LI Haibo, ZHOU Qingchun, et al. Experimental study of rock microscopic deterioration under wedge cutter[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012,33(5):1333-1340.
- [12] YIN L J, GONG Q M, MA H S, et al. Use of indentation tests to study the influence of confining stress on rock fragmentation by a TBM cutter[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2014, 72:261-276.
- [13] KOU S Q, HUANG Y, TAN X C, et al. Identification of the governing parameters related to rock indentation depth by using similarity analysis[J]. Engineering Geology, 1998,49(3):261-269.

- [14] KOU S Q, LINDQVIST P A, XIANG C T. An analytical and experimental investigation of rock indentation fracture[C]//8th ISRM Congress, International Society for Rock Mechanics, Tokyo, Japan, September, 1995.
- [15] LAWN B, WILSHAW R. Indentation fracture: principles and applications[J]. *Journal of Materials Science*, 1975,10(6):1049-1081.
- [16] LAWN B R, SWAIN M V. Microfracture beneath point indentations in brittle solids[J]. *Journal of Materials Science*, 1975,10(1):113-122.
- [17] LAWN B R, EVANS A G. A model for crack initiation in elastic/plastic indentation fields[J]. *Journal of Materials Science*, 1977,12(11):2195-2199.
- [18] JOHNSON K L. The correlation of indentation experiments[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1970,18(2):115-126.
- [19] JOHNSON K L, JOHNSON K L. Contact mechanics [M]. London: Cambridge University Press, 1987.
- [20] ALEHOSSEIN H, DETOURNAY E, HUANG H. An analytical model for the indentation of rocks by blunt tools[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2000,33(4):267-284.
- [21] HUANG H, DAMJANAC B, DETOURNAY E. Normal wedge indentation in rocks with lateral confinement[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 1998,31(2):81-94.
- [22] CARPINTERI A, INVERNIZZI S. Numerical analysis of the cutting interaction between indenters acting on disordered materials[J]. *International Journal of Fracture*, 2005,131(2):143-154.
- [23] CARPINTERI A, CHIAIA B, INVERNIZZI S. Numerical analysis of indentation fracture in quasi-brittle materials[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004,71(4):567-577.
- [24] PALUSZNY A, ZIMMERMAN R W, POTJEWYD J, et al. Finite element-based numerical modeling of fracture propagation due to the plunge of a spherical indenter [C]//48th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium. American Rock Mechanics Association, Minneapolis, Minnesota, June, 2014.
- [25] TAN X C, KOU S Q, LINDQVIST P A. Application of the DDM and fracture mechanics model on the simulation of rock breakage by mechanical tools[J]. *Engineering Geology*, 1998,49(3):277-284.
- [26] WANG S Y, SLOAN S W, LIU H Y, et al. Numerical simulation of the rock fragmentation process induced by two drill bits subjected to static and dynamic (impact) loading[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2011,44(3):317-332.
- [27] LIU H Y, KOU S Q, LINDQVIST P A, et al. Numerical simulation of the rock fragmentation process induced by indenters[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2002,39(4):491-505.
- [28] HUANG H, DETOURNAY E. Discrete element modeling of tool-rock interaction II: rock indentation[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013,37(13):1930-1947.
- [29] SWAIN M V, HAGAN J T. Indentation plasticity and the ensuing fracture of glass[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1976,9(15):2201.
- [30] MARSHALL D B. Geometrical effects in elastic/plastic indentation[J]. *J Amer Ceram Soc*, 1983,66(8):57-60.
- [31] MARSHALL D B, LAWN B. R, EVANS A G. Elastic/plastic indentation damage in ceramics; the lateral crack system[J]. *J Amer Ceram Soc*, 1982,65(11):561-566.
- [32] MARSHALL D B. Measurement of dynamic hardness by controlled sharp projectile impact effects in elastic/plastic indentation[J]. *Amer Ceram Soc*, 1984,67(1):580-585.

(编辑 李志芬)