

一种提高电力系统频率检测精度的改进 CZT 算法

刘广孚, 夏 雲, 张 珊

(中国石油大学信息与控制工程学院, 山东青岛 266580)

摘要:讨论线性调频 Z 变换(CZT)的频率误差原因。指出 CZT 误差受采样时间和信号初相位的影响,且当信号相位差 90° 时两信号的 CZT 频率关于真实值近似对称,并提出改进的正交平均 CZT 算法。分别对单频信号和电力仿真信号进行仿真实验。结果表明,改进算法的频率精度比传统 CZT 的精度提高了至少 20 倍,有效提高了电网频率的分析精度。

关键词:电力信号;基波频率;线性调频 Z 变换;正交平均;初相位;采样时间

中图分类号:TM 935.2 **文献标志码:**A

Improved CZT algorithm for improving power system frequency detection accuracy

LIU Guang-fu, XIA Yun, ZHANG Shan

(College of Information and Control Engineering in China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

Abstract: Causes of frequency measurement errors in chirp-Z transform (CZT) were discussed. It is shown that CZT errors are influenced by sampling time and signal initial phase, and the CZT frequencies of two signals with 90° difference in the initial phase are approximately symmetrical around the true frequency. An improved algorithm named orthometric average CZT was developed. Experiments on simulated single tone signal and simulated power signal show that the new algorithm yields about 20 times smaller error bounds than the conventional algorithms, therefore greatly improves the accuracy of frequency analysis in power signal.

Key words: power signal; fundamental frequency; chirp-Z transform; orthometric average; initial phase; sampling time

频率是电力系统的主要参数之一,它可以作为系统的状态反馈量,故在实际应用中有着举足轻重的作用^[1-2]。比如,如果频率超出了限定值,说明负载可能出现了不匹配现象。此外,频率也可以用于估计其他电力参数,例如电压、电流信号的振幅和相位等参数^[3]。总之,在电力系统中,有效的功率控制,负载保护继电器的脱附和恢复设置,以及电能质量的监测与保护等相关功能及应用,都需要进行可靠且准确的频率测量工作。文献[4]和[5]对现在流行的一些测量信号频率的方法进行了总结对比。在众多的信号处理算法中,线性调频 Z 变换(chirp Z-transform, CZT)算法被认为是检测信号基波的最佳的算法之一,它可以细化要分析频段的频谱,得

到很高的频谱分辨率^[6-7]。文献[8]和[9]指出 CZT 算法可以在不增加观察窗长度以及运算负担的情况下提高频谱分辨率,也不需要插值或者补零。笔者讨论 CZT 的频率分析精度,并通过频谱分析 CZT 的误差及原因。

1 CZT 算法基本原理

离散傅里叶变换(discrete Fourier transform, DFT)算法是在 Z 平面的单位圆上进行 Z 变换,而 CZT 算法是在 Z 平面的一段螺旋线上进行 Z 变换^[10-11]。一般来说,设一个有限长度序列 $x(n)$ 的 Z 变换为

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{M-1} x(n) A^{-n} W^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (1)$$

其中

$$A = A_0 \exp(+j\theta_0), \quad (2)$$

$$W = W_0 \exp(-j\phi_0). \quad (3)$$

式(1)定义了如图1所示的分布在Z平面上的螺旋线的走势。其中, W_0 表示螺旋线的伸展率; A_0 和 θ_0 表示Z平面上起始采样位置; ϕ_0 为螺旋线上采样点之间的等分角^[12]。

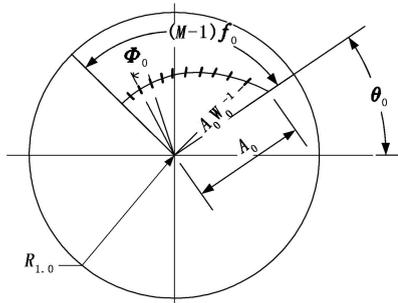


图1 CZT的螺旋线采样

Fig. 1 Spiral contour in CZT

将式(2)和式(3)代入式(1)得到

$$X(z_k) = \sum_{n=0}^{M-1} x(n) (A_0 \exp(+j\theta_0))^{-n} (W_0 \exp(+j\phi_0))^{nk} = \sum_{n=0}^{M-1} x(n) A_0^{-n} W_0^{nk} \exp(-jn(\theta_0 + \phi_0)). \quad (4)$$

由图1知,CZT要分析的频段为 $f_w = [f_{\min}, f_{\max}]$, 它被细化出 M 个采样点(这里的 M 不需要与时域数据点数 N 相等^[13])。该频段的上下边界频率的表达式为

$$f_{\min} = \frac{f_s \theta_0}{2\pi}, \quad (5)$$

$$f_{\max} = \frac{f_s (\theta_0 + (M-1)\phi_0)}{2\pi}. \quad (6)$$

其中, f_s 表示采样频率。一般地,CZT的频谱分辨率定义为

$$R_{CZT} = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{M-1}. \quad (7)$$

而DFT的频谱分辨率为

$$R_{DFT} = 1/T_N. \quad (8)$$

其中, $T_N = N/f_s$ 为采样时间,即采样信号的时间长度。

DFT的频谱分辨率完全取决于采样时间(或观察窗宽度),而CZT的频谱分辨率与观察窗的宽度无关^[14]。根据式(7),即使采样时间很短,只要 M 足够大,CZT频谱分辨率就可以任意小^[15-16]。

在CZT中,当 $A_0 = 1, W_0 = 1$ 时,螺旋线变成了单

位圆,而单位圆是螺旋线的特例。当 $\theta_0 = 0$ 以及 $\phi_0 = 2\pi/N$ 时,即分析频段为 $[0, f_s]$ (f_s 为采样频率)时,一段螺旋线就变成了完整的单位圆,而DFT就是在这个单位圆上采样的。当 $M = N$ 时,CZT就是DFT,所以DFT是CZT的一个特例。

在CZT中,一般 $M \geq N, f_{\min} > 0, f_{\max} < f_s$, 所以其频率分辨率高于DFT。

2 CZT 频率误差分析

CZT 因为具有很高的频率分辨率而得到了广泛应用,但对其频率精度或者误差的研究则较少。虽然当 M 足够大时 CZT 的频率分辨率会非常高,但其误差并不一定很低,即 CZT 的频率分辨率和频率精度是两个概念,不可混淆。本文中从频谱的角度讨论其误差原因及特性。

2.1 CZT 频率误差

因为实际电力信号中的主要频率成分是基频,其谐波及次谐波成分相对很弱,所以可以近似看成是单频信号。首先分析单频信号的 CZT 误差,然后再对电力信号进行分析。设频率为 50 Hz 的单频信号为

$$x = \sin(100\pi t + 5^\circ). \quad (9)$$

其中初相位为 5° , 便于与后面的电力仿真信号相对比。CZT 算法的相关参数设置为:采样频率 $f_s = 10$ kHz,数据时间窗宽度或采样时间 $T_N = 0.1$ s,细化频率段 $f_w = [10 \text{ Hz}, 90 \text{ Hz}]$,频域点数 $M = 500$ 。得到的 CZT 频谱如图 2 所示。

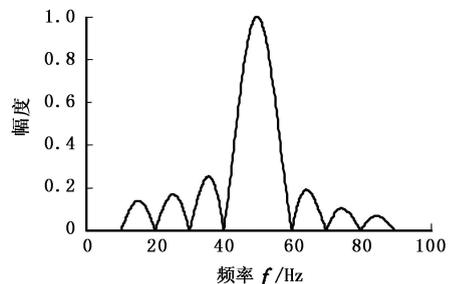


图2 式(9)所示的单频信号的CZT频谱

Fig. 2 CZT frequency spectrum of single tone signal in equation (9)

在图2所示的频谱中,主瓣的最高点(即幅值最大点)对应的频率值(49.84 Hz)就是由CZT算法计算出来的信号频率,称之为CZT频率。理想的频谱是关于真实信号频率(这里指50 Hz)左右对称的,即主瓣最高点正好落在信号真实频率上。但是当最高点不在这个位置上的时候,即算出的CZT频率不等于信号真实频率,有一定偏差,这一偏差就是CZT

频率误差,称为 CZT 误差。

仿真结果表明,采样时间的长短会影响 CZT 误差。

2.2 采样时间对 CZT 误差的影响

电力信号的谐波成分一般都在 2 kHz 以下,所以设置采样频率 $f_s = 10$ kHz。为了研究采样时间的长短对 CZT 频率分析的影响,用不同长度的数据分

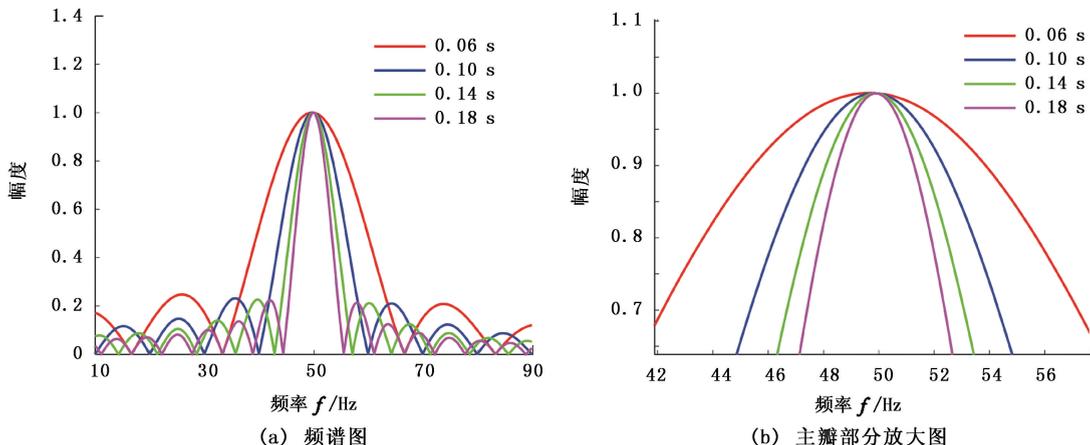


图 3 不同采样时间下的单频信号的频谱

Fig. 3 Frequency spectrums of single tone signal with different sampling time

由图 3 可知,采样时间越长,主瓣越窄,同时主瓣最高点的偏移程度相应地也越小,在图 3(b) 所示的局部放大图中可以清楚地观察到这一特征。由此可知,CZT 的误差是受采样时间影响的,采样时间越长,CZT 误差越小。更多的仿真结果表明,当 M 足够大时,CZT 误差几乎与 M 无关,也就是说,CZT 的频率分辨率与频率精度是两个不同的概念。

2.3 信号初相位对 CZT 误差的影响

仿真结果表明,不但采样时间影响 CZT 误差,而且信号的相位对 CZT 结果也有很大影响。当采样时间 $T_N = 0.1$ s, $M = 500$ 时,选取一些特殊的信号相位值(在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内每间隔 30° 取一个相位值),利用 CZT 分别计算不同相位下的信号频谱,结果如图 4 所示。当信号的相位不同时,CZT 频谱的幅值不同,频率误差(频谱主瓣最高点偏离真实频率的程度)一般也不相同。例如,当初相位为 60° 时 CZT 频谱(红色曲线所示)的 CZT 频率误差为 $+0.2$ Hz,而当初相位为 150° 时(青色曲线所示) CZT 频率误差为 -0.2 Hz,其结果相对于真实频率值基本对称。同样 0° 与 90° 的 CZT 频率误差、 30° 与 120° 的频率误差也是基本对称的。

由图 4 可看出相位相差 90° 的信号的 CZT 结果(频谱最大点)虽然幅值不同,但从位置上看似似乎对称于真实值(50 Hz)两侧。为了验证这种对称性的

别进行处理,设置采样时间分别为 0.18、0.14、0.1、0.06 s。为观察工频信号附近的频谱变化,将细化频率段设置为 $f_w = [10 \text{ Hz}, 90 \text{ Hz}]$ 。这里主要讨论采样时间的影响,对分辨率要求不高,所以设置 $M = 500$,则根据式(7)可知 CZT 频谱分辨率为 0.16 Hz。利用 CZT 算法对式(9)所示的单频信号进行处理,得到频谱如图 3(a) 所示。

一般性,设两个仿真信号

$$\begin{cases} x_1 = \sin(100\pi t + \psi), \\ x_2 = \sin(100\pi t + 90^\circ + \psi). \end{cases} \quad (10)$$

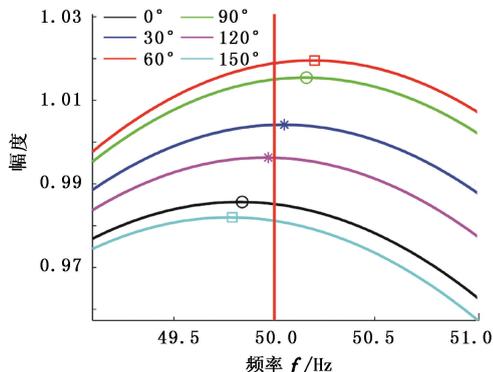


图 4 不同相位下的单频信号的频谱主瓣最高点位置

Fig. 4 Highest points of main lobe of single tone signal frequency spectrum with different signal phase

当相位 ψ 从 0° 到 360° 连续变化(间隔 0.1°) 时,计算各相位时的 CZT 频率。参数设置为:采样频率 $f_s = 10$ kHz, $M = 500$,细化频率段 $f_w = [10 \text{ Hz}, 90 \text{ Hz}]$,采样时间 $T_N = 0.1$ s,频率分辨率 $R_{CZT} = 0.16$ Hz。结果如图 5 所示。为了验证其是否严格相对于真实频率值对称,将两组 CZT 频率值对应地取平均。结果表明,其对称性只是近似的、不严格的。尽管如此,取平均值后的频率精度已经大大提高。

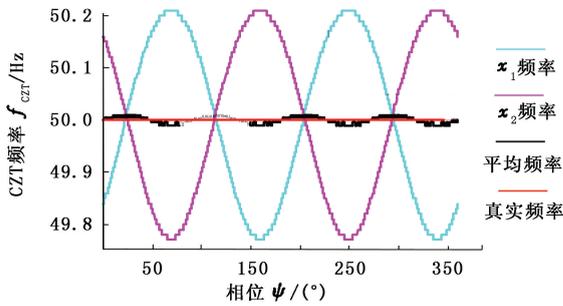


图 5 不同相位下的式(10)的两信号 CZT 频率

Fig. 5 CZT frequencies of two signals in equation (10) with different signal phase

3 改进的 CZT 算法

对于两个相同频率、相同采样时间的相位差为 90°的信号,其 CZT 频率相对于真实频率值近似对称。如果将两个 CZT 频率求取平均值,则会使频率误差大大降低。因两信号相位差为 90°,可称为正交信号,故该方法称为正交平均 CZT 算法^[17](orthometric average CZT,简称 OACZT)。

对于一个信号序列,可以根据预估的信号频率值从信号中抽取出两个正交信号子序列,然后分别计算 CZT 频率并求取平均值。具体实现方法如下:

对于任意待分析信号 x ,假设其频率(这里指基频)为 f_0 (对于电网信号则为 50 Hz,对于其他信号可由 CZT 算法估计),采样频率为 f_s ,则数据点数为 $N = T_N f_s$ 的离散序列 X 定义为

$$X = [x(1), x(2), \dots, x(N)]. \quad (11)$$

(1) 计算 90°相位所对应的数据长度 N_q (即 1/4 个信号周期长度):

$$N_q = f_s / 4f_0. \quad (12)$$

其中, N_q 必须是整数。

(2) 从 X 中截取两段长度为 $(N - N_q)$ 的子数据序列 X_1 和 X_2 :

$$X_1 = [x(1), x(2), \dots, x(N - N_q)], \quad (13)$$

$$X_2 = [x(N_q + 1), x(N_q + 2), \dots, x(N)]. \quad (14)$$

这样得到的 X_1 和 X_2 是正交的,即相位差为 90°,如图 6 所示。

(3) 利用 CZT 算法计算出 X_1 的 CZT 频率值 f_{CZT1} 和 X_2 的 CZT 频率值 f_{CZT2} 。

(4) 计算两个频率值的平均值:

$$f_{OACZT} = (f_{CZT1} + f_{CZT2}) / 2. \quad (15)$$

这样就利用 OACZT 算法得到了精度远高于 CZT 的信号频率值。

分别利用 CZT 和 OACZT 算法对式(9)所示

的单频信号计算不同采样时间下的信号频率。仿真参数设置为:采样频率 $f_s = 10$ kHz,频域点数 $M = 28700$,细化频率段 $f_w = [47.5 \text{ Hz}, 52.5 \text{ Hz}]$,则根据式(7)算出 CZT 频谱分辨率为 $R_{CZT} = (52.5 - 47.5) / (28700 - 1) \approx 0.0002$ Hz。得到的结果如表 1 所示。

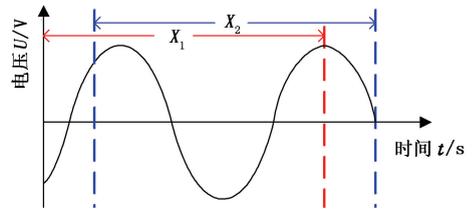


图 6 X_1 和 X_2 在时域波形上的位置关系

Fig. 6 Time-domain waveform positional relationship between X_1 and X_2

表 1 单频信号 CZT 与 OACZT 频率结果对比

Table 1 Comparison of CZT and OACZT frequencies of single tone signal

采样时间 T_N/s	CZT		OACZT	
	频率值	误差	频率值	误差
	f_{CZT}/Hz	$\Delta f_{CZT}/\text{Hz}$	f_{OACZT}/Hz	$\Delta f_{OACZT}/\text{Hz}$
0.1	49.698	0.302	50.005	0.005
0.2	49.925	0.075	50.002	0.002
0.4	49.982	0.018	49.999	0.001

关于 M 的取值,要从两个方面考虑。一方面是分辨率,更多的仿真分析表明,太高的分辨率是没有实际意义的,一般使分辨率值达到频率精度的几分之一即可;另一方面要与数据点数相结合,当 $(M + N - 1)$ 小于 2^m (m 为可能的最小整数)^[12]时,在 CZT 计算时会在计算过程中对数据序列自动补零,所以 M 的取值应使 $(M + N - 1)$ 尽量接近或等于 2^m ,在不加大计算量的同时尽量提高分辨率。

由表 1 可知,随着采样时间的增加,CZT 误差和 OACZT 误差都呈现减小的趋势;而相同采样时间下,OACZT 算法与 CZT 算法相比,其频率精度至少提高了 20 倍。

4 电力仿真信号实验

在以上的讨论中,仿真信号均为单频信号,而电力信号中含有丰富的谐波成分,本文中讨论 OACZT 用于分析电力仿真信号时的基频精度。

4.1 电力仿真信号频率分析

根据实际采集的受污染非常严重的电网电压信号的频谱,生成了一个电力仿真信号。其基频和各种主要谐波成分的详细参数(包括频率值、幅值和

相位值)如表 2 所示。其中三次、五次和七次谐波相对比较严重,分别为 9%、5%、0.6%。该信号的时域波形图和频谱图如图 7 所示。

表 2 电力仿真信号各主要成分参数

Table 2 Parameters of main components in simulated power signal

频率/Hz	幅值/ 10^{-3}	相位/ $(^{\circ})$
50	1000	5
100	0.498	-29
150	92.5	89
250	50.2	65
300	0.213	161
350	6.45	56
450	1.09	171
550	4.87	158
650	2.25	146
750	0.862	-75
850	3	-81

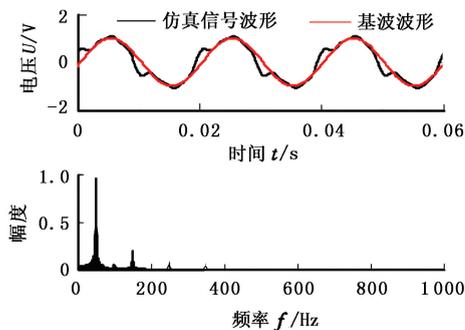


图 7 电力仿真信号的波形和频谱

Fig. 7 Wave form and frequency spectrum of simulated power signal

首先利用 CZT 和 OACZT 算法分别计算电力仿真信号的基频,参数设置与计算单频信号时一致。结果如表 3 所示。将表 3 与表 1 对比可知,电力仿真信号的 CZT 误差及 OACZT 误差均略有增大,但

差别甚微。可见,将 OACZT 应用于电力信号的基频分析是完全可行的,在相同采样时间下可大大提高其基频分析精度。

表 3 电力仿真信号 CZT 与 OACZT 频率结果对比

Table 3 Comparison of CZT and OACZT frequencies of simulated power signal

采样时间 T_N/s	CZT		OACZT	
	频率值 f_{CZT}/Hz	误差 $\Delta f_{CZT}/Hz$	频率值 f_{OACZT}/Hz	误差 $\Delta f_{OACZT}/Hz$
0.1	49.688	0.312	49.994	0.006
0.2	49.922	0.078	50.003	0.003
0.4	49.981	0.019	50.001	0.001

4.2 谐波对 CZT 频率的影响

电力仿真信号的分析结果表明,谐波的存在会影响 CZT 基波频率,从而间接影响 OACZT 基波频率,其原因可以通过频谱进行解释。在图 8(a)中分别画出了电力仿真信号的基波(单频信号)的频谱、电力仿真信号的频谱和 3 次谐波分量的频谱,并在图 8(b)和图 8(c)中对频谱顶部和底部进行了局部放大。

由图 8 可知,相比于基频信号的频谱主瓣最高点,电力仿真信号的主瓣最高点略向左偏移,并且幅值也略大,故 CZT 误差略有增大。

谐波之所以会影响基波的 CZT 频率,是因为谐波成分(这里指三次谐波)的频谱旁瓣(图 8(a)和(c)中的红色曲线)在基频处虽然很弱但仍有一定的值。电力仿真信号的频谱主瓣其实就是基波主瓣与谐波旁瓣对应相加的结果,所以谐波无可避免地会对信号主瓣产生影响。同时应该注意到,谐波相对于基波而言是很弱的,其旁瓣就更微弱了,所以谐波使基波主瓣最高点产生的偏移量是很小的,远小于相位的影响,所以相位相差 90° 的两信号的主瓣最高点仍然近似关于真实基波频率值对称。所以, OACZT 应用于电力仿真信号是完全可行的。

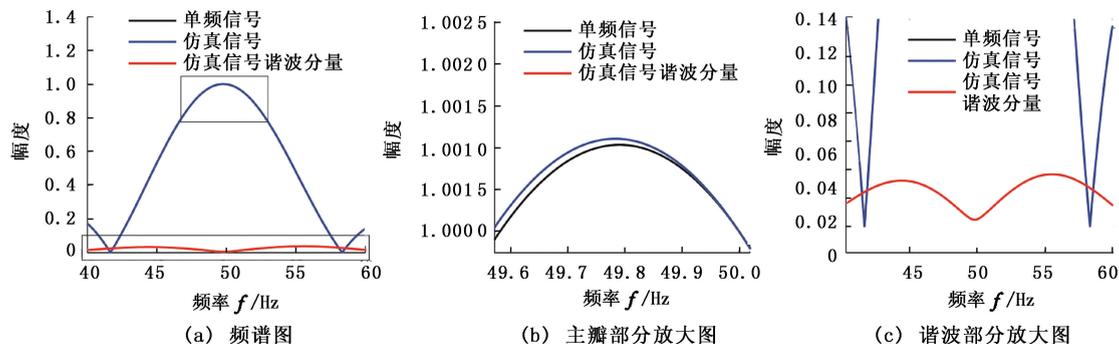


图 8 基频附近的各类频谱

Fig. 8 Different kinds of frequency spectrums near fundamental frequency

根据表3的结果可知,采样时间越长,CZT和OACZT的频率精度也越高,而在同样的采样时间内,OACZT比CZT的频率精度要高得多。例如当采样时间为0.4 s时,利用OACZT处理电力仿真信号,得到其基频为50.001 Hz,误差0.001 Hz,与传统的CZT结果(49.981 Hz)相比,精度提高了大约20倍。

5 实际电网信号的频率波动分析

5.1 实际电网信号频率分析

基于本文提出的OACZT算法,对某电网电压信号进行了连续频率分析(采样频率为10 kHz),在图9中画出了该信号的时域波形图和频谱图。其三、五、七次谐波与基波的幅度之比分别为1.3%、1.9%、1.2%,比表2的电力仿真信号更加接近于单频信号。

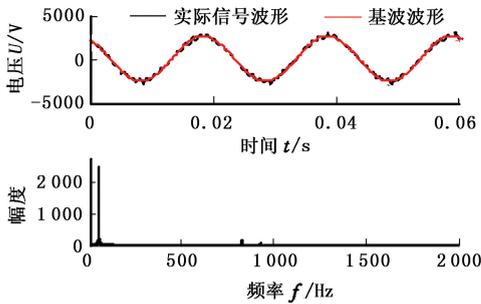


图9 实际电压信号的时域波形和频谱

Fig.9 Wave form and frequency spectrum of real voltage signal

5.2 实际电网信号动态追踪

实际电网信号的基波频率是连续波动变化的,要跟踪频率的这种动态变化,就必须使采样时间尽量短。根据表3的结果可知,对于电力仿真信号,当

采样时间为0.4 s时,CZT频率精度约为0.02 Hz,而OACZT频率精度约为0.001 Hz;当采样时间为0.2 s时,CZT和OACZT的频率精度分别约为0.08和0.003 Hz。可见,OACZT在很短的采样时间下仍有相当高的频率精度,能够很好地应用于频率动态跟踪。当然,采样时间越长,频率精度也越好,所以要根据具体分析要求确定采样时间。如果要求很高的动态性和实时性,就必须以牺牲频率精度为代价。

为了追踪监控电力系统频率的动态性,对连续采集1 min的电压数据每0.4、0.2和0.1 s计算一次基频值,并分别用CZT和OACZT进行计算,得到图10中的电压频率波动曲线。计算参数设置为:采样频率 $f_s=10$ kHz,细化频率段 $f_w=[47.5$ Hz, 52.5 Hz], $M=28700$ 。

因为电网电压的频率是波动的,采样时间越短越能反映频率波动的动态性能,而且其波动范围很小。在图10(a)中,因为采样时间 $T_N=0.4$ s下的OACZT频率误差为0.001 Hz,而信号频率波动约为0.02 Hz,所以其结果表现了电网频率的真实波动情况;而CZT的频率误差大约是0.02 Hz,在该采样时间下,CZT已不适合分析其频率波动情况。当采样时间变短时,如图10(b)和(c)所示,CZT算法的误差更大,远远大过信号频率的实际波动值;但是OACZT算法仍旧保持着一定的精度,采样时间 $T_N=0.2$ s(图10(b))时的OACZT精度约为0.003 Hz,而采样时间 $T_N=0.1$ s(图10(c))时的OACZT精度约为0.006 Hz。所以,OACZT比CZT更适合于分析信号基波频率的波动情况。

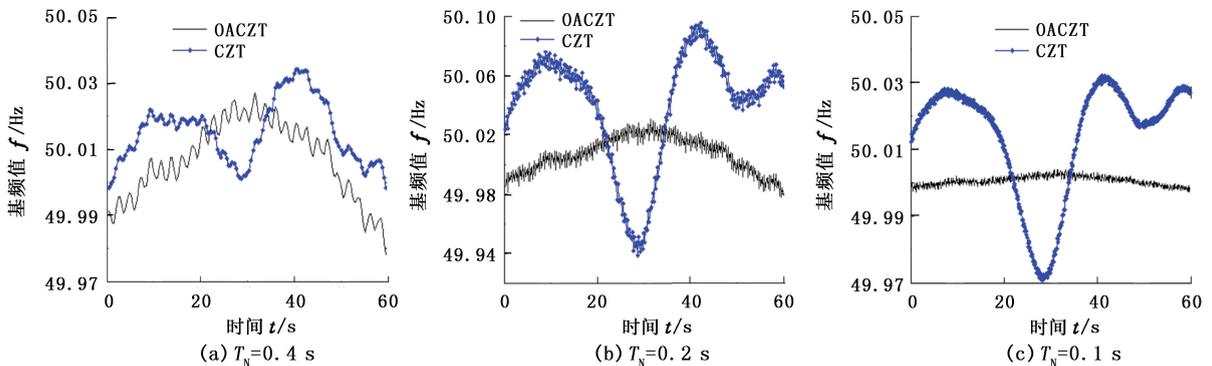


图10 实际电压信号动态分析结果

Fig.10 Dynamic analysis results for real voltage signal

6 结束语

从频谱上分析了CZT误差的原因,指出CZT误差与采样时间及信号初相位有关,并且两个正交信

号的频谱主瓣最高点是关于真实频率值近似对称的。根据这一正交对称性,提出了一种改进的CZT算法,即OACZT算法。对单频信号和电力仿真信号的仿真结果均表明,在相同采样时间下,OACZT算

法比 CZT 算法具有更好的基频计算精度,其分析精度比 CZT 提高了至少 20 倍。分析了谐波影响基频分析精度的机理,并指出对于电力信号,其谐波对基频的分析精度的影响是很小的。最后,利用 OACZT 算法分析了 1 min 的实际电压信号的基频频率波动情况,结果显示,CZT 算法只有在较长采样时间下才能追踪到基频的变化,而 OACZT 算法可以在很短的采样时间(仅为 0.1 s)下精确地监测到基频的波动情况,实时性更好。

参考文献:

- [1] Standard IEC 61000-4-7-2002, Electromagnetic Compatibility (EMC)-Part 4: Testing and measurement techniques-section 7: general guide on harmonics and inter-harmonics measurement and instrumentation for power supply systems and equipment connected thereto [S]. International Electrotechnical Commission(IEC), 2002:13-43.
- [2] TARASIUK Tomasz. Estimator-analyzer of power quality (Part I): methods and algorithms [J]. Measurement, 2011,44(1):238-247.
- [3] HUANG Chien-Hung, LEE Chien-Hsing, SHIH Kuang-Jung, et al. Frequency estimation of distorted power system signals using a robust algorithm [J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2008,23(1):41-51.
- [4] RAMOS Pedro M, CRUZ Serra A. Comparison of frequency estimation algorithms for power quality assessment [J]. Measurement, 2009,42(9):1312-1317.
- [5] AIELLO M, CATALIOTTI A, NUCCIO S. A comparison of spectrum estimation techniques for periodic and not stationary signals[C/OL]// Budapest: IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference (IMTC), May 21-23, 2001: 1130 - 1134 [2013-06-15]. <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&number=928255>.
- [6] GRANADOS-LIEBERMAN David, ROMERO-TRONCOSO Rene J. A real-time smart sensor for high-resolution frequency estimation in power systems [J]. Sensors, 2009,9(9):7412-7429.
- [7] TARASIUK Tomasz. Application of CZT transform for spectrum analysis in systems with varying frequency[C/OL]// Dortmund: IEEE International Workshop on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, Sept 6-8, 2007:329-334 [2013-06-15]. <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&number=4488434>.
- [8] AIELLO M, CATALIOTTI A, NUCCIO S. A chirp Z transform based synchronizer for power system measurements [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2005 54(3):1025-1032.
- [9] 徐建军,胡光东,李锦明. 线性调频 Z 变换在信号频谱分析中的应用[J]. 应用基础与工程科学学报, 2009, 17(6):966-971.
XU Jian-jun, HU Guang-dong, LI Jin-ming. Chirp-Z transform and its applications in spectrum analysis [J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2009,17(6): 966-971.
- [10] SACHIN K J, SINGH S N. Harmonics estimation in emerging power system; key issues and challenges [J]. Electric Power Systems Research, 2011,81(9):1754-1766.
- [11] OOOENHEIM A V, SHAFER R W. Digital signal processing [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975.
- [12] 李华,李尚柏,周维,等. 线性调频 Z 变换在电力谐波分析中的应用[J]. 电测与仪表, 2005,42(471):1-5.
LI Hua, LI Shang-bai, ZHOU Wei, et al. Chirp-Z transform and its applications in power system harmonic analysis [J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2005,42(471):1-5.
- [13] 张辉. 一种电力系统测频方法: CZT 算法[J]. 现代电力, 2005,22(3):20-23.
ZHANG Hui. Application of CZT algorithm to frequency measurement in power systems [J]. Modern Electric Power, 2005,22(3):20-23.
- [14] AIELLO Massimo, CATALIOTTI Antonio, et al. Synchronization techniques for power quality instruments [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007,56(5):1511-1519.
- [15] 胡广书. 数字信号处理: 理论、算法与实现[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003:192-195,514-515.
- [16] 樊新海,曾兴祥,张丽霞,等. 基于 CZT 的频谱细化算法及应用[J]. 装甲兵工程学院学报, 2012,26(1):59-62.
FAN Xin-hai, ZENG Xing-xiang, ZHANG Li-xia, et al. Algorithm and application of spectrum zoom based on chirp-Z transform [J]. Journal of Academy of Armored Force Engineering, 2012,26(1):59-62.
- [17] LIU Guang-fu, DONG Zi-di, YANG Shuang-hua, et al. Power fundamental frequency detection based on orthometric average chirp Z-transform[C/OL]// Loughborough: Proceedings of the 18th International Conference on Automation & Computing(ICAC), Sept 7-8, 2012:1-6 [2013-06-15]. <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&number=6330504>.