文章编号:1673-5005(2010)01-0160-04

基于特征向量子空间距离的 MPC 控制器性能诊断

田学民,陈功泉

(中国石油大学 信息与控制工程学院,山东 东营 257061)

摘要:针对当前 MPC 控制器性能评价方法无法定位性能下降源的问题,提出一种基于子空间距离聚类的控制器性能 诊断新方法。新方法引入特征向量子空间描述各性能类别的特征,建立子空间距离来度量当前实时数据和已知类 别数据的相似性,以距离为度量函数确定监控数据对应的类别,定位引起 MPC 控制器性能下降的原因。在 Wood-Berry 塔上的仿真结果验证了新方法的有效性。

关键词:预测控制;性能诊断;性能评价;距离聚类 中图分类号:TP 277 **文献标志码**:A

Performance diagnosis of model predictive controller based on eigenvector subspace distance

TIAN Xue-min, CHEN Gong-quan

(College of Information and Control Engineering in China University of Petroleum, Dongying 257061, China)

Abstract: Aiming at the shortcoming that current research on controller performance assessment can't isolate the root causes for the poor performance, a novel method of model predictive controller performance diagnosis based on distance clustering was proposed. The concept of eigenvector subspace which can describe the characteristic of various subspace was presented, classification could be made by calculating the distances between the current subspace and the predefined ones, and then it can correctly locate the causes contributed to the performance variation. The simulation results on the Wood-Berry validate the efficiency of the novel method.

Key words: predictive control; performance diagnosis; performance assessment; distance clustering

模型预测控制(MPC)已在现代工业过程中得 到了广泛应用^[1],但在运行一段时间之后,受原料 性质、对象特征、优化目标变化以及维护不利等各种 因素的影响,控制器性能会逐渐变差^[23],这促进了 MPC 控制器性能监控技术的发展^[4]。MPC 控制器 性能评价与诊断的目标是在借助于过程输入输出数 据,通过确定合适的监控统计量来评价控制器在约 束及干扰条件下是否达到控制要求,并确定引起性 能下降的原因^[5]。目前国内外针对 MPC 控制器性 能监控的研究仅限于如何评价当前控制器性能的优 劣,包括 MVC 基准^[6-7]、LQG 基准和基于模型的性 能基准^[3]3 类方法,而对于诊断控制器性能恶化原 因的技术研究较少。笔者针对 MPC 控制器性能指 标与协方差的关系,确定特征子空间,导出表征子空 间距离的度量公式,通过聚类分析,实施控制器性能 恶化源的分析与定位。

1 控制器性能指标与协方差的关系

Jie Yu 等提出了基于数据驱动的基准^[8-10],即 选取一段控制器性能满意的数据集 I 为基准数据, 将需要评价的实时数据作为数据集 II,定义基于数 据驱动的基准如下:

$$\eta = \frac{E(\mathbf{y}_{\parallel}^{\mathrm{T}} \mathbf{y}_{\parallel})}{E(\mathbf{y}_{\parallel}^{\mathrm{T}} \mathbf{y}_{\parallel})} = \frac{|\operatorname{cov}(\mathbf{y}_{\parallel})|}{|\operatorname{cov}(\mathbf{y}_{\parallel})|}.$$
 (1)

从几何角度, $|\cos(y_1)|$ 和 $|\cos(y_1)|$ 分别表征由数据 集 y_1 和 y_1 的协方差所张成的超曲面的体积;从代数角 度, $|\cos(y_1)|$ 和 $|\cos(y_1)|$ 考虑了协方差的因素,而 不是单纯地考虑对角线元素。分析可知:当 η 越接近

收稿日期:2009-04-12

基金项目:山东省自然科学基金项目(Y2007G49);中国石油大学研究生创新基金项目(S2008-18)

作者简介:田学民(1955-),男(汉族),山东文登人,教授,博士生导师,主要从事工业过程仿真、先进控制及过程监控技术研究。

于1时,性能越好;当 η 越接近于 ∞ 时,性能越差。通过求解如下优化问题寻找 η 最大的方向:

$$\lambda(p) = \arg \max_{p} \frac{\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}} \mathrm{cov}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}}) \boldsymbol{p}}{\boldsymbol{p}^{\mathrm{T}} \mathrm{cov}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}}) \boldsymbol{p}}.$$
 (2)

对式(2)求解可得

$$\operatorname{cov}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{II}})\boldsymbol{p} = \lambda \operatorname{cov}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}})\boldsymbol{p}.$$
(3)

式中, λ 为广义特征值;p为对应的特征向量。最大的广义特征值 λ_{max} 对应的特征向量为对应于性能基准的最差性能方向 p_{max} 。

考虑到

$$\operatorname{cov}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{II}})\boldsymbol{P} = \operatorname{cov}(\boldsymbol{y}_{\mathrm{I}})\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Lambda}, \qquad (4)$$

其中

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_q \end{bmatrix},$$
$$\boldsymbol{\Lambda} = \operatorname{diag}(\boldsymbol{\lambda}_1 \quad \boldsymbol{\lambda}_2 \quad \cdots \quad \boldsymbol{\lambda}_q),$$

得到

$$|\operatorname{cov}(\mathbf{y}_{I})| \cdot |\mathbf{P}| = |\operatorname{cov}(\mathbf{y}_{I})| \cdot |\mathbf{y}P| \cdot |\Lambda|.$$
 (5)
从而得到表征总体性能的指标 I_{r} 如下:

$$I_{v} = \frac{|\operatorname{cov}(\boldsymbol{y}_{||})|}{|\operatorname{cov}(\boldsymbol{y}_{||})|} = |\boldsymbol{\Lambda}| = \prod_{i=1}^{q} \lambda_{i}.$$
(6)

由性能指标(6)可知: $I_{v} > 1$ 时,监控的控制器性能 比基准性能要差; $I_{v} < 1$ 时,监控的控制器性能比基 准性能要好; $I_{v} \approx 1$ 时,监控的控制器性能等同于基 准性能。当指标值 I_{v} 在1附近时,认为预测控制器 的性能是符合要求的,较小的偏差可认为是统计误 差。只有明显偏离1时,才认为性能发生变化。

由于特征值真值 l_i 与统计值 λ_i 的差 $l_i - \lambda_i$ 服 从正态分布 $N\left(0, 2\lambda_i^2\left(\frac{f_1^{(i)}}{m-1} + \frac{f_1^{(i)}}{n-1}\right)\right)$,每一个特征 值真值 l_i 在取置信度为 $(1 - \alpha) \times 100\%$ 时统计范围 如下:

$$P\{L(\lambda_i) \leq l_i \leq U(\lambda_i)\} = 1 - \alpha.$$
(7)

对应于

$$P\left\{\left[-z_{\alpha/2} \leqslant \sqrt{2\left(\frac{f_I}{m-1} + \frac{f_{\Pi}}{n-1}\right)}\right]^{-1} \left(\frac{l_i - \lambda_i}{\lambda_i}\right) \leqslant z_{\alpha/2}\right\}$$

= 1 - \alpha.

可推导出 l_i 的置信上限 $U(\lambda_i)$ 和置信下限 $L(\lambda_i)$

$$U(\lambda_{i}) = \left[1 - z_{\alpha/2} \sqrt{2\left(\frac{f_{I}}{m-1} + \frac{f_{II}}{n-1}\right)}\right]^{-1} l_{i},$$

$$L(\lambda_{i}) = \left[1 + z_{\alpha/2} \sqrt{2\left(\frac{f_{I}}{m-1} + \frac{f_{II}}{n-1}\right)}\right]^{-1} l_{i}.$$
(8)

当 $L(\lambda_i) > 1$,可以判断总体特征值真值大于1,表明 监控数据的性能差于沿此特征值对应的特征向量方 向上的基准性能;当 $U(\lambda_i) < 1$,可以判断总体特征 值真值小于1,表明监控性能优于沿此特征值对应 的特征向量方向上的基准性能;当 $L(\lambda_i) < 1 < U$ (λ_i),从统计角度可判断总体特征值真值等于1,表 明监控性能沿此特征值对应的特征向量方向上与基 准性能差别不大。

在此基础上,可以确定出由所有大于1的w个特征值 λ_i 对应的w个特征向量,以及所构成的恶化性能特征向量子空间 P_w 。进而将基准数据集 y_1 和监控数据集 y_{I} 根据

 $z_{1}^{(w)} = (P_{w}^{T} P_{w})^{-1} P_{w}^{T} y_{1}, z_{1}^{(w)} = (P_{w}^{T} P_{w})^{-1} P_{w}^{T} y_{1}$ (9) 分别向 P_{w} 进行投影得到恶化空间数据集 $z_{1}^{(w)}$ 和 $z_{1}^{(w)}$,同式(6),得到基于协方差数据驱动的恶化子 空间性能指标 I_{w} ,即

$$\boldsymbol{H}_{w} = \frac{|\operatorname{cov}(\boldsymbol{z}_{II}^{(w)})|}{|\operatorname{cov}(\boldsymbol{z}_{I}^{(w)})|} = (\boldsymbol{P}_{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{w}) \|\boldsymbol{\Lambda}_{w}\|(\boldsymbol{P}_{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{w})|^{-1} = \prod_{i=1}^{w} \lambda_{i}.$$
(10)

指标 I_w 解释了恶化数据与基准数据在恶化性能子 空间中的性能比值,从几何意义上可作为沿恶化特 征方向的性能下降程度的度量。由式(8)可知,只 有满足一定置信度的特征值才被用以表征恶化性能 子空间性能指标,从而使得特征向量子空间的选取 更具合理性。

考虑到工况变化引起的基准调整问题,本文中 通过在流程中加入判断机制来解决,即借助基于协 方差的性能指标(6)进行性能评价时,若控制器性 能明显偏离当前性能,则根据现场工程人员确认工 况是否发生变化来对基准数据进行重新定义。这一 调整不仅可以兼顾工况变化问题,同时也保证了算 法的实用性,从而达到自适应更新预测控制器性能 基准的目的。

如图1所示,基于数据的预测控制器性能监控

图 1 基于数据的 MPC 性能监控流程 Fig. 1 Flow diagram of MPC performance monitoring based on data

分为评价与诊断两个环节:①根据先验知识选取基 准数据建立性能基准,而后采用基于协方差的性能 指标对当前实时数据进行评价,同时根据工况变化 调整性能基准;②当性能指标表明性能发生变化时, 则需要实施性能诊断技术,以对生产过程进行必要 的指导。

2 基于距离聚类的性能诊断

Jie Yu 等所给方法^[6]可直观有效地实施控制器 性能评价,但无法定位引起性能下降的原因。本文 中通过引入特征向量子空间来描述各性能类别的特 征,度量子空间之间的相似性,采用距离聚类的思想 实现性能诊断。

2.1 特征向量子空间距离

将所有满足 $\lambda_i > 1$ (*i* = 1,2,…,*m*)的特征值按 从大到小排列,相应的 *m* 个特征向量构成恶化性能 子空间 $P_w = [p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_m]$,通过正交化变换得 到子空间的一组正交基 v_1, v_2, \dots, v_m ,构成 $V = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_m]$,同样方法可获取当前控制器实 时数据的特征向量对应的子空间的一组正交基 w_1 , w_2, \dots, w_m ,构成 $W = [w_1 \ w_2 \ \cdots \ w_m]$,有 $V^{\mathsf{T}}V = I$, $W^{\mathsf{T}}W = I_o$

如图 2 所示,定义 m 维两子空间 W 与 V 之间 的距离为 W 中任一单位向量与 V 的距离的最大 值^[11]。从而将两子空间距离问题转化为求向量与 空间距离的极值问题。设 L 为 W 中的任一单位向 量,其投影到 V 上的向量 \overline{L} 满足 $\overline{L} = VV^{T}L$,则两子 空间距离可以表示为

$$J = \max_{\boldsymbol{L}} \|\boldsymbol{L} - \bar{\boldsymbol{L}}\|_{2} = \max_{\boldsymbol{L}} \|\boldsymbol{L} - \boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}\|_{2}.$$
(11)

图 2 子空间距离示意图

Fig. 2 Schematic diagram of subspace distance

由于 L 为 W 中的任一单位向量,故可由任一 m 维单位向量 y 构造:L = Wy。式(11)可以归结为如 下形式的带约束的目标函数:

$$\begin{cases} L' = \max \| Wy - VV^{\mathrm{T}} Wy \|_{2}^{2}, \\ \text{s. t. } \| y \| = 1. \end{cases}$$
(12)

根据目标函数和约束条件构造如下 Lagrange 算 式:

$$L(\boldsymbol{y},\boldsymbol{\lambda}) = \|\boldsymbol{W}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{y}\|_{2}^{2} + \boldsymbol{\lambda}(\|\boldsymbol{y}\|_{2}^{2} - 1) = 1 - \boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y} - 1).$$
(13)
$$\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\tilde{m}} \boldsymbol{\tilde{q}} \boldsymbol{\tilde{q}}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial y} = -2W^{\mathrm{T}}VV^{\mathrm{T}}Wy + 2\lambda y = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = y^{\mathrm{T}}y - 1 = 0. \end{cases}$$
(14)

即

$$\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{y}.$$
 (15)

由此式可知, $W^{T}VV^{T}W$ 的特征值 λ 对应的特征向量 正是单位向量y。于是有

$$\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{V}\boldsymbol{V}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{W}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{\lambda}.$$
 (16)

代入 Lagrange 算式,可得
$$L(y,\lambda) = 1 - \lambda.$$
 (17)

 $L(y, \lambda) = 1 - \lambda.$ (17) 要使目标函数式(11)最大,须保证式(17)最大,需 要选最小的 λ,即 $W^{T}VV^{T}W$ 对应的最小特征值 λ_{min} 。 综上分析,两个子空间的距离计算公式表示为

$$d = \sqrt{L(y, \lambda_{\min})} = \sqrt{1 - \lambda_{\min}}.$$
 (18)

2.2 性能诊断

由式(18)可知,两子空间的距离满足 $0 \le d \le 1$ 。 当两个子空间 F_1 和 F_2 相同时,其基底 V和 W之间 满足 V = WQ,其中 Q为非奇异正交阵,此时 $W^TVV^TW = I$,对应的所有的特征值均为 1,因而距 离 d = 0。当两个空间 F_1 和 F_2 相互正交时,即 V^TW = 0,此时 $W^TVV^TW = 0$,对应的所有的特征值均为 0,因而距离最大,d = 1。

基于子空间距离的性能诊断方法实施的具体步骤如下:

①利用先验知识提前确定性能影响因素的类别 C_1, C_2, \dots, C_n ,并结合历史数据建立对应的恶化性 能子空间作为标准性能子空间 P_1, P_2, \dots, P_n ;

②采用协方差的两个基准 I_{u} 和 I_{w} 对 MPC 控制 器进行性能评价,如果检测到性能下降,可实时构造 当前数据对应的用于性能诊断的子空间 P_{x} ;

③计算当前子空间 P_x 与各标准性能子空间 P_1, P_2, \dots, P_n 的距离 $d_{xi}(j=1,2,\dots,n)$,根据

 $C_x \subset \{C_j | \arg \min(d_{xj}), j = 1, 2, \dots, n\}$ (19) 的聚类原则,当前性能子空间所属类 C_x 归入与之距 离最近的标准性能子空间所属的类别 C_i 。

需要指出,本方法所采用的基于聚类的性能诊断方法只对根据先验知识建立的已知类别有效,而 对没有加入性能数据库的类别无法诊断,因而也就 无法定位相应的控制器性能下降的原因。

3 仿真分析

Wood-Berry 二元精馏塔模型是甲烷-水的精馏 塔模型,是典型的具有较大滞后的多输入多输出系 统^[12],其塔顶组分和塔底组分之间相互有较强影 响。模型为

$$\begin{bmatrix} X_{D}(s) \\ X_{B}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{16.7s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) \\ S(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{3.8e^{-8s}}{10.9s+1} \\ \frac{4.9e^{-3s}}{13.2s+1} \end{bmatrix} F(s).$$
(20)

此模型的输出为塔顶馏出物浓度 X_D 和塔底液相浓度 X_B,由塔顶回流量 R 和塔底再沸器蒸汽量 S 来控制,进料流量 F 为不可测干扰。

采用 MPC 控制策略,相应参数选取为 N = 80, P=10,M = 1。设定的工作点为: $X_d = 0.5, X_b = 0.5$ 。 监控变量包括两个操纵变量 R 和 S,两个控制变量 X_D 和 X_B ,两个预测误差 E_D 和 E_B 。 基准性能数据集对应的相关统计量选取:干扰 均值为0,标准差为0.01。根据影响 MPC 控制器性 能变化的原因选取了干扰变化、模型失配等3 类特 征性能类别(表1),并分别标记为*C*₁,*C*₂,*C*₃,3 类特 征性能所对应特征值的统计上、下限范围如图3 所 示。在此基础上分别建立3 类性能的特征向量子空 间,由表1 可得到相应的整体性能评价指标 *I*_v、恶化 性能子空间的性能评价指标 *I*_v 及子空间的维数 *m*。

表1 特征性能类别及其参数

able 1	Classes of characteristic performance and
	its parameters

类别	性能变化源	参数值	I_v	m	I_w
<i>C</i> ₁	外界干扰均值	0.3	1.145	3	1.652
C_2	模型静态增益	40%	2.897	3	3.748
<i>C</i> ₃	模型时间常数	50%	1.371	2	2.556

图 3 三类特征性能特征值的统计范围

Fig. 3 Eigenvalue statistical intervals of three classes of characteristic performance

表 2 FP1~FP3 的性能监控结果

Table 2Performance monitoring results for FP1 – FP3									
特征性		性能评价			性能诊断				
能参数		I_v	m	I_w	<i>C</i> ₁	C_2	<i>C</i> ₃		
FP1	0.28	1.026	1	1.139	0.342	0.494	0.661		
	0.29	1.108	2	1.362	0.278	0.363	0.325		
	0.30	1.158	2	1.407	0.156	0.440	0.227		
	0.31	1.078	2	1.459	0.312	0.649	0.415		
	0.32	1.230	1	1.553	0.624	0.666	0.898		
	0.33	1.278	2	1.653	0.288	0.458	0.427		
FP2	+44%	4.513	4	6.689	0.043	0.007	0.153		
	+43%	2.590	4	3.819	0.034	0.011	0.151		
	+42%	4. 799	4	6.167	0.033	0.013	0.156		
	+40%	4.067	4	5.298	0.040	0.015	0.158		
	+ 39%	3.188	4	4. 533	0.047	0.010	0.159		
	+ 37%	4.217	4	5.190	0.045	0.016	0.164		
FP3	+46%	1.032	2	2.022	0.330	0.652	0.039		
	+48%	1.432	3	2.564	0.337	0.647	0.052		
	+ 50%	1.575	3	2.556	0.349	0.564	0.081		
	+ 52%	1.371	2	2.671	0.324	0.639	0		
	+54%	1.028	2	2.102	0.335	0.641	0.060		
	+ 56%	1.170	2	2.088	0.339	0.570	0.123		

考虑表1中所列的3类性能影响因素,改变相 应参数值分别获得过程数据,并标记为 FP1, FP2, FP3。以 C_1 类产生的6组不同数据 FP1为例分析 性能评价方诊断结果(表2),采用基于协方差的性 能评价方法能够得到当前控制器的整体性能指标以 及子空间的性能指标均大于1,表明其整体性能和 恶化性能子空间的性能均差于基准性能,且当前性 能的子空间与 C_1 类特征性能子空间的距离最近,故 可推断引起当前性能下降的原因是由于系统中的干 扰均值发生变化所致。同理,针对 FP2 和 FP3 两种 情况的性能评价与诊断结果也列于表2中。

4 结束语

通过对广义特征值分解后的特征向量子空间进 行正交化处理,确定能够表征影响控制器性能下降 因素的相应子空间的正交基,即可建立实时性能子

(下转第169页)