文章编号:1673-5005(2009)05-0114-05

弹性结构与晃动液体耦合系统的动力特性分析

周明芳^{1,2},张延庆²

(1. 中国石油大学 储运与建筑工程学院,山东 东营 257061; 2. 北京工业大学 建筑工程学院,北京 100022)

摘要:基于弹性波传播理论,构造液体晃动的等效弹性体模型,将液体晃动问题归结为弹性体动力问题,建立位移-压力格式的流固耦合方程,采用静态缩聚技术求解流固耦合特征值问题。在此基础上,推导地震条件下的流固耦合 系统有限元模型。对储液容器的特征值问题和动态响应问题进行了实例分析和计算,算例结果验证了方法的正确 性与有效性。

关键词:储液容器;流固耦合;动力特性;液体晃动;有限元法 中图分类号:TK 733.3 文献标识码:A

Dynamic characteristic analysis of elastic fluid-filled tank considering liquid sloshing

ZHOU Ming-fang^{1,2}, ZHANG Yan-qing²

(1. College of Transport & Storage and Civil Engineering in China University of Petroleum,

Dongying 257061, China;

2. College of Architecture and Civil Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: Based on elastic wave propagation theory, the equivalent elastic body for liquid sloshing was obtained and the liquid sloshing can be formulated as a dynamic question for elastic body. The 3-D liquid-filled tank was considered as a fluidstructures interaction system that consists of the ideal fluid with free surface and the linear, elastic solid with thin thickness, and the coupling equation based on displacement (structure)-pressure (fluid with free surface) format was established. The static condensation method was used for eigenvalue problems of liquid sloshing. Taking into account earthquake effect leads to additional load to the coupling equations, a finite element model of liquid-filled tank was set up. The eigenvalue problem and dynamic response of a liquid-filled tank were studied using the model. A numerical simulation of a liquid-filled tank was carried out to confirm the validity and effectiveness of the method.

Key words: liquid-filled tank; fluid-structure interaction; dynamic characteristic; liquid sloshing; finite element method

结构与晃动液体的耦合作用是工程中常遇的问题,对于结构的稳定性和可靠性具有显著影响^[12]。目前,仅有少数特殊形状容器内液体的晃动特性获得了解析解,而对于一般形状的容器,多采用边界元法、VOF方法、任意拉格朗日-欧拉(ALE)法和有限元等数值方法进行分析^[37]。由于液体晃动与结构耦合问题的复杂性,数值求解效率不高,例如采用有限元法分析流固耦合系统动力学问题时,位移(结构)-压力(流体)格式的流固耦合方程是非对称的,这种大型非对称方程的高效求解就是一个必须解决的问题^[3,8-10]。笔者在结构-流体耦合系统中考虑液

体表面的自由晃动,并利用弹性力学中的弹性波传 播理论,对液体边界条件进行处理,构造液体晃动的 固相弹性体模型,建立位移一压力格式的流固耦合方 程,探索高效分析计算的方法,进而在计算分析流固 耦合系统特征频率和模态的基础上,建立地震条件 下储液容器的有限元模型。

1 基本方程

对于薄壳充液容器,容器内液体要满足的运动 方程及边界面上的条件为^[3]

(a)在 V 内要满足 Laplace 方程(用柱坐标描

收稿日期:2009-04-28

作者简介:周明芳(1974-),女(汉族),四川高县人,讲师,硕士,主要从事土木工程的教学和科研工作。

)

述)

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0.$$
 (1)

式中,p为液体的动压。

(b) 在自由液面 *S*₁ 上,由于晃动而产生的重力 波动

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}.$$
 (2)

式中,g为重力加速度。

(c) 在固液交界面 S₂ 上满足

$$\frac{\partial p}{\partial n} = v_n \cdot n. \tag{3}$$

式中,v_n为容器壁面速度;n为S₂外法向。

因固一液两相在界面处不允许分离,所以式(3) 表示了在边界法线方向上流体与固体应具有相同的 位移、速度和加速度。

2 液体晃动问题的流固耦合模型

2.1 液体晃动的固相模型

研究采用固体单元属性构建液体单元,这种简 化的处理方法,可将液体晃动问题转化为固相弹性 体的动力学分析。基于弹性力学中的弹性波传播理 论^[11],弹性动力学的 Lame-Navier 方程为

 $Gu_{i,j} + (\lambda + G)u_{j,i} = \rho \ddot{u}_i.$ (4) 式中, u_i 对应于x, y和z方向上的位移u, v和 $w; \rho$ 为 弹性体的密度; λ 和G为 Lame 常数。

比较式(4)和式(1),令 $u = v = \rho_s = 0, \mu_{xy} =$ $\mu_{yz} = \mu_{xz} = 0, E_z = E_y = E_z = 1, G_{xy} = G_{yz} = G_{xz} =$ 1,并用 p 代表 w,则式(4)可以退化为式(1)。

弹性体在 z 方向的边界条件为

$$n_x \frac{\partial w}{\partial x} + n_y \frac{\partial w}{\partial y} + n_z \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial n} = T_z.$$
 (5)

式中, n_x , n_y 和 n_z 为弹性体边界外法向的方向余弦; T_z 为弹性体边界上的z方向面力。

令 $T_z = v_n \cdot n$,用p代表w,可以构建固液交界面 S_2 上的边界条件,见式(3);同样,令 $T_z = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}$,用p代表w,可以构建固液交界面 S_1 上的边界条件,见式(2)。

2.2 流固耦合模型

对流体采用压力格式描述,对结构采用位移格 式描述。流体单元 e 内压力分布为

$$p_f(x,y,z,t) = \sum_{m=1}^{M^e} \bar{N}_m(x,y,z) p_m^e(t) = \bar{N} p^e.$$
(6)

式中,M°为流体单元的结点数;p°为单元的结点压

力向量; *N_m*为对应结点 m的插值函数。结构单元 e内 位移分布为

$$\boldsymbol{u}(x,y,z,t) = \begin{cases} \boldsymbol{u} \\ \boldsymbol{v} \\ \boldsymbol{w} \end{cases} = \sum_{i=1}^{L_{\epsilon}} N_i(x,y,z) \begin{cases} \boldsymbol{u}_i \\ \boldsymbol{v}_i \\ \boldsymbol{w}_i \end{cases} = N\boldsymbol{a}^{\epsilon}.$$
(7)

式中, L^e为结构单元的结点数; a^e为单元的结点位移向量; N_i为对应结点 i 的插值函数。

通过将节点位移 a 和流体节点压力 p 代人结构 体和液体的泛函,可以得到如下的流固耦合有限元 动力学方程^[8]:

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{s} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{M}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\ddot{a}} \\ \boldsymbol{\ddot{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{s} & \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \qquad (8)$$

其中

$$M_{s} = \sum_{e} \int_{v^{m}} \rho_{s} N^{\mathrm{T}} N \mathrm{d}V, \quad K_{s} = \sum_{e} \int_{v^{m}} B^{\mathrm{T}} D B \mathrm{d}V,$$

$$\Phi = \sum_{e} \int_{v^{m}} \rho_{f} N^{\mathrm{T}} n_{i} \overline{N} \mathrm{d}V,$$

$$M_{f} = \sum_{e} \int_{v^{m}} \frac{c^{2}}{1} \overline{N}^{\mathrm{T}} \overline{N} \mathrm{d}V + \sum_{e} \int_{s_{i}} \frac{g}{1} \overline{N}^{\mathrm{T}} \overline{N} \mathrm{d}V,$$

$$K_{f} = \sum_{e} \int_{v^{m}} \overline{N}^{\mathrm{T}} \overline{N} \mathrm{d}V.$$

式中,ä,p点位移和流体压力加速度。

从方程(8)中可以看出,虽然流体和固体的质量矩阵和刚度矩阵都是带状对称的,但是耦合矩阵 Φ的存在导致整个流固耦合方程是一个非对称的满 阵方程,这给特征方程的求解带来了困难。对方程 (8)进行对称化处理,可得到如下的对称方程^[10]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{M}_{,} & E \\ E^{T} & \tilde{M}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{a} \\ \ddot{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{K}_{,} & 0 \\ 0 & \tilde{K}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$
(9)
$$\blacksquare =$$

$$\widetilde{\boldsymbol{M}}_{s} = \boldsymbol{M}_{s} + \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{K}_{f}^{-1} \boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}}, \ \widetilde{\boldsymbol{M}}_{f} = \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{M}_{f} \boldsymbol{K}_{f}^{-1} \boldsymbol{M}_{f},$$
$$\boldsymbol{E} = -\frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{\Phi} \boldsymbol{K}_{f}^{-1} \boldsymbol{M}_{f}, \ \widetilde{\boldsymbol{K}}_{s} = \boldsymbol{K}_{s}, \ \widetilde{\boldsymbol{K}}_{f} = \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{M}_{f}.$$

从方程(9) 可以导出流固耦合系统的特征方程:

$$\left(\begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{K}}_{,} & 0\\ 0 & \widetilde{\boldsymbol{K}}_{,} \end{bmatrix} - \boldsymbol{\omega}^{2} \begin{bmatrix} \widetilde{\boldsymbol{M}}_{,} & \boldsymbol{E}\\ \boldsymbol{E}^{\mathsf{T}} & \widetilde{\boldsymbol{M}}_{,} \end{bmatrix} \right) \left\{ \begin{matrix} \boldsymbol{a}\\ \boldsymbol{p} \end{matrix} \right\} = 0.$$
(10)

式中, w 为特征值, 在物理上对应的是流固耦合系统的固有频率值。

2.3 特征值问题求解的静态缩聚法

由于三维液体晃动系统的自由度较多,一般方 法求解困难,对于这类问题,采用有限元缩减技术减 少系统的自由度,即减少动力求解的平衡方程组,可 有效节省计算和分析的时间。本文中研究采用静态 凝聚技术减缩有限元模型自由度^[12-13]。

对于自由振动系统(自由度为 N)的特征方程, 可用分块矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{mm} & \boldsymbol{M}_{ms} \\ \boldsymbol{M}_{sm} & \boldsymbol{M}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{X}}_{m} \\ \ddot{\boldsymbol{X}}_{s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{mm} & \boldsymbol{K}_{ms} \\ \boldsymbol{K}_{sm} & \boldsymbol{K}_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{X}_{m} \\ \boldsymbol{X}_{s} \end{bmatrix} = 0 . \quad (11)$$

其中,下标 m 表示保留的主自由度,而 s 表示被缩减 掉的副自由度。

振型向量可表示为

$$\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}} = [\boldsymbol{X}_{m}]^{\mathrm{T}} [\boldsymbol{X}_{s}]^{\mathrm{T}}.$$
(12)

假设副自由度质量表示的惯性力很小,则

$$M_{sm}X_{m} + M_{ss}X_{s} = 0, (13)$$

就有

 $\boldsymbol{K}_{sm}\boldsymbol{X}_{m} + \boldsymbol{K}_{ss}\boldsymbol{X}_{s} = 0, \qquad (14)$

由此得

$$X_{s} = -K_{ss}^{-1}K_{sm}X_{m} = 0.$$
 (15)

根据系统动能和势能在缩减前后不变,有

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M} \dot{\boldsymbol{X}} = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{X}}_{m}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{M}_{a} \dot{\boldsymbol{X}}_{m}, \qquad (16)$$

$$\boldsymbol{U} = \frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{X} = \frac{1}{2}\boldsymbol{X}_{m}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}_{a}\boldsymbol{X}_{m}.$$
 (17)

由此可推出缩减后质量、刚度矩阵为

$$M_{a} = M_{mm} - M_{ms}K_{ss}^{-1}K_{sm} - K_{ms}K_{ss}^{-1}M_{sm} + M_{ms}K_{ss}^{-1}M_{ss}K_{ss}^{-1}K_{sm},$$
(18)
$$K_{a} = K_{mm} - K_{ms}K_{ss}^{-1}K_{sm}.$$
(19)

这样,系统的振动方程变为

$$\boldsymbol{M}_{a}\boldsymbol{\ddot{X}}_{m}+\boldsymbol{K}_{a}\boldsymbol{X}_{m}=0. \tag{20}$$

平衡方程组数目由原来的 N 降为所选择的主自由度 数 m 了。

3 地震条件下的动力响应模型

基于位移-压力格式的流固耦合问题的一般方 程为^[9]

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{i} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{M}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\boldsymbol{a}} \\ \ddot{\boldsymbol{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{s} & \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_{i} \\ \boldsymbol{0} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

式中, M_{A} 和 K_{A} 为固体部分的总体质量矩阵和刚度 矩阵; M_{f} 和 K_{f} 为流体部分的总体质量矩阵和刚度矩 阵; Q_{A} 为固体部分的外载荷矢量; Φ 为耦合矩阵,它 与流固耦合面直接相关。在地震条件下,地面的运动 a'(t)对流体和固体都引起附加的载荷项。

对固体来说,其运动可分解为两部分:
$$a(t) = a'(t) + a'(t).$$
 (22)

其中,a'(t)是相对于地面的相对运动(产生弹性体 变形的运动),a'(t)是随地面一起的牵连运动。将 式(22)代人耦合方程(21),将会引起附加的载荷项 – M, \ddot{a}' 和 $\Phi^{T}\ddot{a}'$ 。

对流体来说,会将原来的固壁边界条件 $\frac{op}{\partial n_i} = 0(n_i)$ 为流体外法向)改为动边界条件,即

$$\frac{\partial p}{\partial \bar{n}_{i}} + \rho_{f}\ddot{a}^{i}\tilde{n}_{i} = 0, \tilde{n}_{i}$$
为流体外法向.

这样的改动也会引起附加载荷项 $\sum_{r} \int_{a} \rho_{r} \dot{a}^{r} \bar{n}_{i} \bar{N} dV_{o}$

综上所述,在地震条件下,流固耦合系统的方程 (21) 变为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{s} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{M}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\ddot{a}}^{r} \\ \boldsymbol{\ddot{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{s} & \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}^{r} \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}_{s} - \boldsymbol{M}_{s} \boldsymbol{\ddot{a}}^{s} \\ \boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\ddot{a}}^{s} + \sum_{s} \int_{\mu} \rho_{s} \boldsymbol{\ddot{a}}^{s} \tilde{n}_{s} \overline{N} \mathrm{d}V \end{bmatrix}.$$
(23)

式中, $-M_{i}\dot{a}^{i}$ 和 $\Phi^{T}\dot{a}^{i}$ 为固体运动分解后引起的载荷 项; $\sum_{e} \int_{v_{b}} \rho_{f}\dot{a}^{i} \bar{n}_{i} \bar{N} dV$ 为动边界条件引起的流体载荷 项。

如果地震激励是水平方向的,而流体固壁的外 方向是垂直方向的,即 \ddot{a} , $\ddot{n}_i = 0$,则有 $\sum_{e} \int_{a} \rho_i \ddot{a}$, $\ddot{n}_i N dV$ = 0。如果只考虑地震载荷,有 $Q_i = 0$,则耦合系统 方程(23) 化简为

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{M}_{s} & \boldsymbol{0} \\ -\boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} & \boldsymbol{M}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\ddot{a}}' \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{K}_{s} & \frac{1}{\rho_{f}} \boldsymbol{\Phi} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{K}_{f} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{a}' \\ \boldsymbol{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{M}_{s} \boldsymbol{\ddot{a}}' \\ \boldsymbol{\Phi}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{\ddot{a}}' \end{bmatrix}$$

4 计算实例

实例容器模型如图1所示(图中A~E为数据记录点)。容器上部自由,下部固定在地面上,容器长8m,宽6m,充液深度为4m,容器壁厚为1.5mm。容器



图1 储液容器的网格划分

Fig.1 Finite element meshes for tank-liquid system 和液体的主要材料参数为:流体密度 $\rho_1 = 1000$ kg/m³,重力加速度g = 9.8 m/s²,波速c = 1435 m/s(即流体体积模量 2.06 GPa);结构弹性模量 $E = 3.0 \times 10^9$ GPa,泊松比 $\mu = 0.3$,结构密度 $\rho_* = 2400$ kg/m³。

4.1 自由晃动分析

实例分析计算结果如图 2,3 所示。



Fig. 2 Natural frequencies of liquid sloshing





图2说明耦合系统的前几阶频率分别是液体的 各阶重力波频率。分析图3所示的耦合系统前4阶固 有频率的液体晃动模态,可以发现低频部分表现为 流体自由表面波动(即流体低频部分)与结构的耦 合作用,通过改变结构弹性模量的方法可以降低结 构的基频,随着结构基频的降低,耦合作用对流体自 由表面晃动频率的影响逐渐增加。系统高频部分则 表现为无液结构的振动与流体的内部压力波动(即 流体高频部分)的耦合作用。

4.2 地震响应分析

输入 El-Centro 水平地震波,其最大峰值加速度 为 0.35 m/s²,时间长为 40 s,El-Centro 水平地震波 波形如图4所示。图5 为耦合系统中固体部分的计算 结果。分析发现,固体上A,B和C点的波形与地震激 励输入的波形基本一致,这表明固体部分是在地震 激励下做强迫振动。从振幅上看,离地面越远的点振 幅越大。

但是,从耦合系统中流体部分的计算结果看,流体的波形与地震激励和固体的波形完全不同(图6)。在X向水平地震激励下,流体表面点的波形与流体内部点的波形完全相同,但流体表面点的幅值要比流体内部点要大,这说明流体的响应主要是自由表面上流体的晃动。流体几乎是以其固有晃动周期在作运动,其运动的幅度随着时间不断缓慢加大。由此可见,耦合系统中的流体只对地震激励中的低频分量有大的响应,在地震激励过程中,流体不断地吸收外部的能量,使得自己的晃动幅度不断加大。







图 5 固体网格中A,B,C点在X方向的位移响应

Fig. 5 Displacement response of point A, B, C for tank in X direction



Fig. 6 Variation of liquid surface wave of point D and E with time

5 结束语

低频部分表现为流体自由表面波动与结构的耦 合作用,液体对容器的固有频率具有很大的影响,充 满液体时容器的固有频率相对无液体的容器要低很 多。结构上的波形与地震激励输入的波形基本一致, 离地面越远的点振幅越大,而流体的波形与地震激 励和固体的波形完全不同。本文中所形成的分析方 法可推广用于其他形状贮箱中液体晃动情形下的液 固耦合动力学特性分析、动力响应分析和屈曲分析。

参考文献:

[1] 李扬,李自力,张艳.不同类型场地对隔震储罐地震响应的影响[J].中国石油大学学报:自然科学版,2008,32(5):108-113.
LI Yang, LI Zi-li, ZHANG Yan. Influence of different types of sites on seismic response of base-isolated liquid storage tank [J]. Journal of China University of Petrole-

um(Edition of Natural Science), 2008,32(5):108-113.
[2] SEZEN H, LIVAOGLU R, DOGANGUN A. Dynamic analysis and seismic performance evaluation of above-

- nalysis and seismic performance evaluation of aboveground liquid-containing tanks [J]. Engineering Structures, 2008(30):794-803.
- [3] 王照林,刘延柱. 充液系统动力学[M]. 北京:科学出版社,2002.

- [4] LIU Dong-ming, LIN Peng-zhi. A numerical study of three-dimensional liquid sloshing in tanks [J]. Journal of Computational Physics, 2008 (227):3921-3939.
- [5] MITRA S, SINHAMAHAPATRA K P. 2D simulation of fluid-structure interaction using finite element method [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2008 (45); 52-59.
- [6] 李遇春,楼梦麟. 渡槽中流体非线性晃动的边界元模 拟[J]. 地震工程与工程振动,2000,20(2):51-56.
 LI Yu-chun, LOU Meng-lin. BEM simulation of nonlinear sloshing for aqueduct fluid[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2000,20(2):51-56.
- [7] 岳宝增、刘延柱.带自由液面 Navier-Stokes 流动问题的 ALE 分步有限元方法[J].水动力学研究与进展, 2003,18(4):463-469.
 YUE Bao-zeng, LIU Yan-zhu. ALE finite element method for free surface Navier-Stokes flow using fractional step methods[J]. Journal of Hydrodynamics, 2003, 18(4):
- [8] 杜建镇,王勛成. 旋转周期性含液容器的流固耦合动力 特性分析[J]. 清华大学学报, 1999, 39(8):108-111. DU Jian-bin, WANG Xu-cheng. Fluid structure coupling dynamic characteristic analysis for rotationally periodic liquid filled vessel[J]. Journal of Tsinghua University, 1999, 39(8):108-111.

463-469.

- [9] 李彦民,徐刚,任文敏,等. 储液容器流固耦合动力响 应分析计算[J]. 工程力学,2002,19(4):29-31.
 LI Yan-min, XU Gang, REN Wen-min, et al. Dynamic response analysis of liquid-filled tanks[J]. Engineering Mechanics,2002,19(4):29-31.
- [10] 徐刚,任文敏,张维,等. 储液容器的三维流固耦合动 力特性分析[J]. 力学学报,2004,36(3):328-334.
 XU Gang, REN Wen-min, ZHANG Wei, et al. Dynamic characteristic analysis of liquid-filled tanks as a 3-D fluid-structure coupling system [J]. Acta Mechanica Sinica, 2004,36(3):328-334.

(下转第129页)

Science, 1999,54(1):2055-2065.

- [9] ERDAL F M. Local measurements and computational fluid dynamics simulations in a gas-liquid cylindrical cyclone separator[D]. Tulsa; The University of Tulsa, 2001.
- [10] 胡栎元,时铭显. 蜗壳式旋风分离器全空间三维时均 流场的结构[J]. 化工学报,2003,54(4):549-556.
 HU Li-yuan, SHI Ming-xian. Three-dimensional timeaveraged flow structure in cyclone separator with volute inlet[J]. Journal of Chemical,2003,54(4):549-556.
- [11] 胡栎元,时铭显. 蜗壳式旋风分离器内的湍流特性 (I):分离空间[J]. 化工学报,2004,55(3):345-

(上接第118页)

[11] 吴家龙. 弹性力学[M]. 北京:高等教育出版社,2001.

[12] 赵玉成,张亚红,白长青,等. 固体火箭发动机模态分析的缩聚方法[J]. 固体火箭技术,2004,27(2):98-100.
 ZHAO Yu-cheng, ZHANG Ya-hong, BAI Chang-qing, et al. Modal analysis of solid rocket motors by means of

a reduced method [J]. Journal of Solid Rocket Technol-

······ (上接第 123 页)

- [14] 王清印,赵秀恒.C型关联分析的概念及性质[J].华 中理工大学学报:自然科学版,1999,27(3):24-28.
 WANG Qing-yin, ZHAO Xiu-heng. The relational analysis of C mode [J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 1999,27(3):24-28.
- [15] 王清印,郭立田. 广义关联分析方法研究[J]. 华中 科技大学学报:自然科学版,2005,33(8):32-36.
 WANG Qing-yin, GUO Li-tian. Generalized relational analysis method[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2005,33(8):32-36.
- [16] 吕锋,刘翔,刘泉. 七种灰色系统关联度的比较研究
 [J]. 武汉工业大学学报,2000,24(2):13-17.
 LÜ Feng, LIU Xiang, LIU Quan. The theory of gray relative analysis and it's new research[J]. Journal of Wuhan University of Technology,2000,24(2):13-17.

350.

HU Li-yuan, SHI Ming-xian. Turbulence properties in cyclone separator with volute inlet([]):separation space [J]. Journal of Chemical, 2004, 55(3):345-350.

- BLASS E, RAUTENBERG D. Coalescence of drops in liquids on inclined plates[J]. Ger Chem Eng, 1984, 7: 207-219.
- [13] MEON W, BLASS E. Coalescence on inclined plates in liquid[J]. Chem Eng Tech, 1999,14(1):11-19.

(编辑 韩国良)

ogy, 2004,27(2): 98-100.

[13] 朱安文,曲广吉,高耀南. 航天器结构动力模型修正 中的缩聚方法[J]. 中国空间科学技术,2003(2):6-10.

> ZHU An-wen, QU Guang-ji, GAO Yao-nan. Matrix reduction method for updating dynamic model [J]. Chinese Space Science and Technology, 2003(2):6-10.

> > (编辑 沈玉英)

[17] 唐伟勤,肖新平. 灰关联分析在复杂系统多层次评估中的应用[J]. 武汉理工大学学报,2004,28(2):36-40.

TANG Wei-qin, XIAO Xin-ping. Application of grey relation analysis to multi-level evaluation in complex systems [J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2004,28(2):36-40.

[18] 党耀国,刘思峰,刘斌. 多指标区间数关联决策模型的研究[J]. 南京航空航天大学学报,2004,26(3): 26-31.

> DANG Yao-guo, LIU Si-feng, LIU Bin. Study on incidence decision making model of multi-attribute interval number[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, 2004, 26(3):26-31.

[19] 刘思峰,郭天榜,党耀国. 灰色系统理论及应用[M]. 北京:科学出版社,1999:40-77.

(编辑 沈玉英)