文章编号:1673-5005(2008)06-0169-05

基于离散余弦变换最小二乘法实现数字全息 再现像的相位解包裹

葛宝臻^{1,2},崔 鹏^{1,2},吕且妮^{1,2},魏耀林^{1,2}

(1. 天津大学 精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072; 2. 天津大学 光电信息技术科学教育部重点实验室, 天津 300072)

摘要:采用离轴菲涅尔数字全息系统对栅格进行了全息图的数字记录和数字再现,并用离散余弦变换(DCT)最小二 乘法对数字全息再现像进行了相位解包裹处理。在此基础上,增加了后处理过程,即对原始包裹相位的相应点加上 或减去2π的整数倍,与此最小二乘算法所求得的解包裹相位进行比较,使二者之差的绝对值达到最小,将原始包裹 相位做处理后的相位值作为解包裹相位的最后结果。对栅格的解包裹相位三维图和原子力显微镜扫描获得的三维 图的对比测量和分析结果证明了经后处理的解包裹相位精度得到了有效提高。

关键词:数字全息;相位解包裹;最小二乘算法;后处理

中图分类号:0438.1 文献标识码:A

Implement of phase unwrapping of digital holographic reconstruction image by discrete cosine transform least square method

GE Bao-zhen^{1,2}, CUI Peng^{1,2}, LÜ Qie-ni^{1,2}, WEI Yao-lin^{1,2}

 College of Precision Instruments and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
 Key Laboratory of Opto-electronics Information and Technical Science, Ministry of Education, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: With Fresnel off-axis digital holography system, digital hologram of grid was recorded and reconstructed numerically. And the phase unwrapping of the reconstructed phase image was done, first by discrete cosine transform(DCT) least square method, and then post-processing, namely, an integer multiple of 2π was added to or deducted the corresponding point of the original wrapped phase. This result was compared with that of phase unwrapping by DCT least square method, and until the smallest absolute value difference was obtained. The phase value processed of the original wrapped phase was taken as the final result of phase unwrapping. Measurement and analysis were performed about 3D image from phase unwrapping image of the grid and atomic force microscope. The results show that the precision of phase unwrapping can be improved by post-processing.

Key words; digital holography; phase unwrapping; least square method; post-processing

数字全息技术记录了包含物体表面三维信息的 相位信息,通过对数字再现象的相位提取与计算, 就可实现三维测量,因而应用前景广阔^[1]。在提取 相位信息时由于引入了反正切函数,得到的相位称 为包裹相位,即相位值介于[-π,π]之间,需采用 相位解包裹过程处理相位分布上的跳变点,以得到 真实的相位分布。相位解包裹算法主要分为两大 类:路径跟踪算法和最小二乘算法。路径跟踪算法 包括分支切割算法^[2]、质量图导向算法^[3]、掩模分 割算法^[4]、网络流算法^[5]等;最小二乘算法^[67]则分 为无加权和加权两种形式,通常是引入离散余弦变 换(DCT)求解离散泊松方程,得到最小二乘意义上 的展开相位解,进而得到展开的相位^[8]。笔者以标 准栅格为研究对象,采用离轴菲涅尔数字全息系统 进行实验,对栅格的数字再现像采用基于离散余弦 变换的无加权最小二乘相位解包裹算法^[9]进行相 位解包裹后处理实验,以进一步提高相位解包裹精 度。

收稿日期:2008-02-05

基金项目:高等学校博士学科点专项科研基金(20050056010);天津大学青年教师基金(985Q200624)

作者简介:葛宝臻(1964-),男(汉族),内蒙古卓资人,教授,博士,主要研究方向为激光三维彩色数字化理论与技术、粒子场测试理论与 技术、数字全息理论与应用等。

1 基于 DCT 最小二乘法相位解包裹 的实现

无加权最小二乘相位解包裹算法的数学模型为 $f = \sum_{i=0}^{M-2} \sum_{j=0}^{N-1} (\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} - \Delta_{ij}^{x})^{2} + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-2} (\phi_{i,j+1} - \phi_{i,j} - \Delta_{ij}^{y})^{2} = \min, \qquad (1)$

即寻求在解包裹相位梯度与包裹相位梯度在最小二 乘意义一致的条件下,逼近于真实相位分布的解包 裹相位分布。其中 $\phi_{i,j}$ 表示解包裹相位, Δ 是差分算 子, Δ_{ij}^{x} 和 Δ_{ij}^{y} 分别表示 x,y 方向相邻点的包裹相位梯 度, $i = 0, 1, 2, \dots, M - 1, j = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ 。

式(1)最终可以归结为求解如下形式的离散泊 松方程的过程:

 $(\phi_{i+1,j} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i-1,j}) + (\phi_{i,j+1} - 2\phi_{i,j} + \phi_{i,j-1}) = \rho_{i,j}$. (2) 其中 $\rho_{i,j} = \Delta_{i,j}^{*} - \Delta_{i-1,j}^{*} + \Delta_{i,j}^{*} - \Delta_{i,j-1}^{*}$ 可由包裹相位计 算获得。基于 DCT 的最小二乘法采用了变换域的方 法求得方程(2) 的解。

二维离散余弦变换为

$$\begin{cases} \hat{x}_{m,n} = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} 4x_{i,j} \cos\left[\frac{\pi m}{2M}(2i+1)\right] \cos\left[\frac{\pi n}{2N}(2j+1)\right];\\ 0 \le i, m \le M-1; 0 \le j, n \le N-1. \end{cases}$$
(3)

反离散余弦变换为 $\begin{cases}
\phi_{i,j} = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} W_1(m) W_2(n) \phi_{m,n} \cos\left[\frac{\pi m}{2M}(2i + 1)\right] \cos\left[\frac{\pi n}{2N}(2j + 1)\right], \\
0 \le i, m \le M - 1; 0 \le j, n \le N - 1.
\end{cases}$ (4)

其中

$$\begin{split} W_1(m) &= 1/2, m = 0; W_1(m) = 1, 1 \leq m \leq M-1; \\ W_2(n) &= 1/2, n = 0; W_2(n) = 1, 1 \leq n \leq N-1. \end{split}$$

对式(2)等式两边作二维 DCT 变换,得到 $\phi_{i,j}$ 和 $\rho_{i,i}$ 在 DCT 域内的解 $\hat{\phi}_{m,n}$ 和 $\hat{\rho}_{m,n}$,二者有如下关系:

$$\hat{\phi}_{m,n} = \hat{\rho}_{m,n} / \left(2\cos \frac{\pi m}{M} + 2\cos \frac{\pi n}{N} - 4 \right).$$

对 $\hat{\phi}_{m,n}$ 按照式(4)进行反DCT变换即可得到真实的 相位分布 $\phi_{i,i}$ 。

2 实验结果

实验所采用的光路系统是图1所示的离轴菲涅 尔数字全息实验装置。由 He-Ne 激光器输出的光经过

针孔扩束准直后成为平行光束,该平行光束由分束器 分成两束光,一束作为参考光波,另一束光照射到被 测物体成为物光波,经透镜1和透镜2组成的光学系 统放大成像后,形成放大的物光波。两束光分别经分 束器反射、透射后在 CCD 靶面叠加形成干涉, 数字全 息图由 CCD 记录,通过计算机数字再现。实验中使用 的 He-Ne 激光光源波长为 632.8 nm, 功率约为 10 mW。CCD 是 DALSA 公司生产的 DS-21-04M15 型相 机,像素为2048 × 2048,像敏单元尺寸为7.4 × 7.4 μm。透镜1和透镜2的焦距分别为50 mm 和500 mm. 组成的光学系统的放大倍率为10[×]。被测物体为标准 栅格,相邻两格的间距为10 μm,格高度为180 nm。图 2是用原子力显微镜对栅格进行测试扫描得到的栅格 的三维结构图。用该方法测量得到的格间距为 10.088 μm,栅格高度为170.65 nm。图3 是实验所获得的栅 格的离轴菲涅尔数字全息图。



 图 2 原子力显微镜扫描所得被测栅格的三维结构
 Fig. 2 3D image of the grid scanned by atomic force microscope

对全息图进行频域滤波处理并数字再现,可获



图 3 被测栅格的离轴菲涅尔数字全息图

Fig.3 Off-axis Fresnel digital hologram of the grid 得再现像面上光场复振幅分布,由复振幅分布可提 取出再现像面上的强度分布和相位分布。强度分布 即为数字再现像,如图 4 所示。获得的相位值被截断 在 $[-\pi,\pi]$ 范围内,形成周期性的跳变,成为如图 5 所示的包裹相位图,相位信息包含了物体表面的高 度信息,将包裹相位恢复为真实相位即可获得物体 表面的真实形貌。

在相位解包裹过程中,噪声点产生的误差会一 直存在并延伸下去,严重影响了解包裹的精度。对包 裹相位图进行3×3窗口的邻域加权平均滤波,可以 有效地消除噪声,同时保持了图像的边缘,改善了图 像质量。对滤波后的包裹相位图进行基于 DCT 最小 二乘法的解包裹处理,得到的结果如图 6 所示(图 6(b) 是图 6(a) 方框部分的三维放大图)。



图 4 栅格的数字再现像 Fig.4 Numerically reconstructed image of the grid



图 5 再现像的包裹相位分布 Fig. 5 Wrapped phase distribution of the reconstructed image



图 6 基于 DCT 最小二乘法的解包裹相位分布

Fig. 6 Unwrapped phase distribution by DCT least-squares algorithm

由图 6 看出,恢复出来的解包裹相位分布基本 能够反映出栅格的轮廓。由于解出的相位值之间的 相对关系反映了物体表面的高度关系,因此相位的 三维分布就反映了物体的三维形貌特征。 经对图6(b)进行像素测量可知,相邻两格相差

11 个像素,格间距的计算公式为

$$d = n\Delta x/M.$$
 (5)

式中,n为像素数; Δx 为CCD像敏单元尺寸;M为光

学系统放大倍数。

由式(5) 可计算出格间距 d 为 8.14 μm。

由图 6(b) 的纵坐标可得出栅格高度对应的相 位值为 24.3 rad,相位与物体的表面高度关系表示 为^[10]

$$\varphi = 4\pi z/\lambda. \tag{6}$$

式中,λ为光源波长。因此测量出栅格高度 z为 122.429 nm。

由此可知,基于 DCT 最小二乘相位解包裹方法 所测得的栅格格间距误差为 19.31%,栅格高度误 差为 28.26%。

利用式(1) 所示的基于DCT最小二乘相位解包 裹求出的相位分布误差较大,需要对结果作后处理 以提高精度,即对原始包裹相位的相应点加上或减

(a) 与图6(a) 对应的处理后的相位分布

去 2kπ,与上面求得的解包裹相位进行比较,使二者 之差的绝对值达到最小,逐点进行上述处理,将对原 始包裹相位做处理后的相位值作为解包裹相位的最 后结果。

后处理过程是当整数 k 的取值满足以下条件 时:

 $|\phi_{i,i}-\varphi_{i,i}-2k\pi|=\min,$

此时,φ,,作为最终的解包裹相位,可以表示为

 $\phi_{i,j} = \varphi_{i,j} + 2k\pi,$

式中, $\varphi_{i,j}$ 是解包裹相位 $\phi_{i,j}$ 对应点的原始包裹相位。 逐点进行处理,得到的最后结果如图7所示。将

图 6(b) 和图 7(b) 分别与图 2 比较可看出,图 7(b) 与图 2 更加接近。



(b)与图6(b)对应的处理后的相位三维图

图 7 处理后的解包裹相位分布 Fig. 7 Unwrapped phase distribution by post-processing

图 7(b) 中测得相邻两格相差 12 个像素,格高 度对应的相位值为 29.9 rad,分别代入式(5) 和式 (6)可以计算出格间距 *d* = 8.88 μm, 栅格高度 *z* = 150.643 nm。

经误差计算可知,采用了后处理的 DCT 最小二 乘相位解包裹方法所测得的格间距误差和栅格高度 误差分别为11.97%和11.72%。因此,经后处理的 方法所得结果的误差比原来都减小了很多,其结果 更加准确。

虽然增加了后处理过程明显减小了误差,但是 误差依然存在,这些误差产生的主要原因是光学系, 统的放大倍率较小以及像素测量的精度不够高。

3 结束语

数字全息实验证明,结合了邻域加权平均滤波和 后处理过程的 DCT 最小二乘相位解包裹方法可以较 好地恢复物体的三维结构。通过对解包裹相位进行 分析和计算,实现了物体的三维表面测量。如进一步 提高光学系统的放大倍率和像素的测量精度,可提高 对物体微小细节的分辨率,进行高精度测量。

参考文献:

- XU Lei, PENG Xiayuan, ANAND A K, et al. Digital microholointerferometer: development and validation [J]. Opt Eng, 2003,42(8):2218-2224.
- [2] COSDSTEIN R M, ZEBKER H A, WERNER C L. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping[J]. Radio Science, 1988, 3(3):713-720.
- QUIROGA J A, GONZALEZ-GANO A, BERNABEU E.
 Phase unwrapping algorithm based on an adaptive criterion [J]. Applied Optics, 1995, 34(14):2560-2563.
- [4] FLYNN T J. Consistent 2-D phase unwrapping guided by a quality map: proceeding of the 1996 International Geoscience and Remote Sensing Symposium, 27-31 May, 1996
 [C]. IEEE: Piscatway, NJ, USA, 1996:2057-2059.

- [5] COSTANTINI M. A phase unwrapping method based on network programming: Proc Fringe '96 Workshop, Zurich, Switzerland 30 September-2 October, 1996 [C]. Paris; European Space Agency, c1997;261-272.
- [6] GHIGLIA D C, ROMERO L A. Direct phase estimation from phase difference using fast elliptic partial differential equation solvers[J]. Optic Letters, 1989,14(20):1107-1109.
- [7] 朱勇建,刘立人,栾竹,等. 相位解包裹算法中基于调 制度的新质量图[J]. 中国激光,2006,33(5):667-672.
 ZHU Yong-jian, LIU Li-ren, LUAN Zhu, et al. New quality map based on modulation for phase unwrapping algorithm[J]. Laser of China, 2006,33(5):667-672.
- [8] 惠梅,王东生,李庆祥,等. 基于离散泊松方程解的相

(上接第164页)

- [4] HOLMSTROM Jian. Implementing vendor-managed-inventory the efficient way [J]. Production and Inventory Management Journal, 1998, 39(3):1-5.
- [5] DONG Y, XU K. A supply chain model of vendor managed inventory [J]. Transportation Research Part E, 2002,38;75-95.
- [6] 牟德一,陈秋双. 基于安全库存的二级库存系统的优 化方法[J]. 系统工程,2003(3):83-87.
 MOU De-yi, CHEN Qiu-shuang. An optimized method for bi-hierocracy inventory system based on safety stock
 [J]. Systems Engineering, 2003(3):83-87.
- [7] 曹长修,王景,唐小我. 一种模糊变权重组合预测方法——FVW法的研究[J]. 预测,1996,15(5):49-50.
 CAO Chang-xiu, WANG Jing, TANG Xiao-wo. Research on a fuzzy variable weight combination forecasting[J].
 Forecasting, 1996,15(5):49-50.
- [8] YOSSI A. Planning models for the design of capacitated multi-stage production and distribution systems (semand,

位展开方法[J]. 光学学报, 2003,23(10):1245-1249. HUI Mei, WANG Dong-sheng, LI Qing-xiang, et al. Phase unwrapping method based on the solution of discrete poission equation [J]. Acta Opt Sinica, 2003,23 (10):1245-1249.

- [9] GHIGLIA D C, ROMERO L A. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(1):107-117.
- [10] 邹瑾.数字全息技术在微结构形貌测试中的应用研究[D].天津:天津大学精密仪器与光电子工程学院,2005.

.(编辑 修荣荣)

inventory, vendor managed inventory) [J]. Operation Research, 1998,59(6):30-34.

- [9] 王凌.智能优化算法及其应用[M].北京:清华大学出版社,2001:62-78.
- [10] 姜大力,杨西光,杜文,等. 车辆路径问题的遗传算法 研究[J]. 系统工程理论与实践,1999,19(6):40-45.
 JIANG Da-li, YANG Xi-guang, DU Wen, et al. A study on the genetic algorithm for vehicle routing problem[J].
 Systems Engineering-Theory & Practice, 1999,19(6): 40-45.
- [11] 李军. 货运车辆优化调度理论与方法研究[D]. 成都: 西南交通大学经济管理学院,2000.
- [12] 杨弋,顾幸生.物流配送车辆优化调度的综述[J]. 东南大学学报,2003,33(增刊):105-112.
 YANG Ye,GU Xing-sheng. A survey of logistics delivery vehicle scheduling[J]. Journal of Southeast University, 2003,33(sup):105-112.

(编辑 修荣荣)

下期要目

于变泉,等	断陷盆地深层膏盐层系砂烁岩体细分层
	研究
周天伟,等	渤海湾盆地南堡凹陷新生代断裂系统形
	成机制
王大伟,等	油田开发中声波阻抗界面反射系数变化
	规律
宋洵成,等	斜井岩屑运移临界环空流速力学模型
冯金德,等	裂缝各向异性油藏渗流特征

狄勤丰,等	疏水纳米 SiO2 对微管道中流量特性的影响
李伟,等	热油管道防腐层大修期间热力参数的数
	值模拟
李方坡,等	反应超音速火焰喷涂 TiC-TiB ₂ -Ni 涂层研
	究
李术元,等	含水条件下正己烷与硫酸镁化学还原反
	应体系的实验模拟
郭爱军,等	渣油组分的受热夺氢能力