文章编号:1673-5005(2007)01-0019-06

完全匹配层吸收边界条件的研究

王永刚[1], 邢文军[1,2], 谢万学[1], 朱兆林[3]

(1. 中国石油大学 地球资源与信息学院,山东 东营 257061; 2. 冀东油田 勘探开发研究院,河北 唐山 063004;
3. 同济大学 教育部重点实验室,上海 200092)

摘要:边界反射是数值模拟中的一个关键问题。构建完全匹配层(PML)吸收边界条件是消除边界反射的理想方法之一。此方法是在研究区域的边界上加入吸收层,使边界上传入吸收层的波随传播距离按指数规律衰减,不产生任何反射,达到消除边界反射的目的。首先给出了二维声波方程完全匹配层的公式,然后通过地面地震模型和井间地震模型数值算例与常规吸收边界条件进行了比较。结果表明,PML 边界条件具有吸收更干净、相位对应关系好且能够吸收各种角度的边界反射等优点,从而验证了完全匹配层吸收效果的优越性。

关键词:井间地震; 完全匹配层(PML); 吸收边界; 正演模拟

中图分类号:P 631.4 **文献标识码**:A

Study of absorbing boundary condition by perfectly matched layer

WANG Yong-gang[1], XING Wen-jun[1,2], XIE Wan-xue[1], ZHU Zhao-lin[3]

(1. *Faculty of Geo-Resource and Information in China University of Petroleum, Dongying* 257061, *Shandong Province, China*;
2. *Research Institute of Exploration and Development, Jidong Oilfield, Tangshan* 063004, *Hebei Province, China*;
3. *Key Laboratory of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai* 200092, *China*)

Abstract: Boundary reflection is an important problem of numerical simulation. Absorbing boundary condition by perfectly matched layer (PML) is one of methods of eliminating reflection. The absorbing layer was added on the boundary of the interesting region, no reflection is produced when wave propagates from boundary of studied region to absorbing layer and wave attenuates exponentially with propagation distance. The formulas of PML for two-dimensional acoustic wave equation were given. Several satisfactory numerical modeling results of surface seismic and crosswell seismic were shown. The results show that PML boundary condition is absorbed clearly, and phase is corresponded with clarity. Superiority of PML boundary condition was validated.

Key words: crosswell seismic; perfectly matched layer(PML); absorbing boundary; forward simulation

地震波场数值模拟技术在认识地震波传播规律和检验各种方法技术中起着非常重要的作用。目前波动方程数值解方法有有限差分法[1-2]、频率-波数域法、Kirchhoff 积分法和有限元方法[3-5]。这些方法都会遇到人为边界反射问题,这是地震波在地下传播的无限性和计算区域的有限性所造成的。为了解决这个问题,提出了如增大计算区域来防止人为边界产生的反射对有效波场的影响,但这样会成倍地增加计算量。阻尼衰减方法[6-7]是将波场在靠近边界的一定宽度内逐渐衰减,通过减弱边界处的人射波场而降低人为边界反射。目前,较常用的一种边界条件是基于标量波动方程旁轴近似理论[8-10]的吸收边界条件,在此基础上又发展了许多新的边界条件算法[11],这些算法在一定的入射角和频率范围内具有较好的吸收效果。然而,对于任意频率和角度的波,这些吸收边界条件效果并不很理想。Berenger[12]针对电磁波传播情况,引进了一种高效的完全匹配层(perfectly matched layer,简称 PML)吸收边界条件,并在理论和模型算例上证明了该方法可以完全吸收来自各个方向、各种频率的波[13-14],而不

收稿日期:2006-03-13

基金项目:胜利油田分公司物探研究院资助项目(04370502000245)

作者简介:王永刚(1951-),男(汉族),江苏启东人,教授,现从事开发地震、综合勘探和地球物理资料综合解释等方面的教学和科研工作。

万方数据

产生任何边界反射,其效果非常好。现在 PML 已成功地应用于其他领域[15-17],并在声波与弹性波的地震波传播方面也已应用[18-19]。本文中主要介绍声波方程 PML 吸收边界的经典方法,针对地面地震模型和井间地震模型,通过与常规的旁轴近似的吸收边界条件的比较,说明 PML 吸收边界条件的优越性。

1 二维声波方程 PML 吸收边界条件的构建

完全匹配层的核心思想就是在所要研究区域的四周加上完全匹配层,用来吸收边界反射。

以二维声波方程来说明完全匹配层的基本思想。二维声波方程为

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=v^2\nabla^2 u. \tag{1}$$

式中,u 为位移函数;v 为介质速度。

为了便于 PML 吸收边界条件的讨论,方程(1)可以改写为

$$\frac{\partial u}{\partial t}=v^2\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\right);\ \frac{\partial A_x}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial x};\ \frac{\partial A_z}{\partial t}=\frac{\partial u}{\partial z}. \tag{2}$$

式中,A_x,A_z 为新引入的中间变量。

方程(2)描述了在 PML 区域中没有衰减的能量传播过程。为了消除反射,这个区域必须要有衰减。把位移函数 u 分成两项:$u=u_x+u_z$,并且加入指数衰减项,其表达式为

$$\begin{cases}\dfrac{\partial u_x}{\partial t}+v^2q_xu_x=v^2\dfrac{\partial A_x}{\partial x};\\ \dfrac{\partial u_z}{\partial t}+v^2q_zu_z=v^2\dfrac{\partial A_z}{\partial z}.\end{cases} \tag{3}$$

$$\begin{cases}\dfrac{\partial A_x}{\partial t}+q_x^*A_x=\dfrac{\partial(u_x+u_z)}{\partial x};\\ \dfrac{\partial A_z}{\partial t}+q_z^*A_z=\dfrac{\partial(u_x+u_z)}{\partial z}.\end{cases} \tag{4}$$

其中的指数衰减项 $q_j(j=x,z)$ 与 $(h/H)^n$ 成比例关系,这里的 h 是 PML 的深度,H 是 PML 的总深度,Hastings 等[13]实验证明,当 $n=4$ 时,具有较好的效果和稳定性。因此,

$$q_j=q_{j\max}(h/H)^4. \tag{5}$$

取最大的衰减值 $q_{j\max}$ 时,反射系数很小但还不为零。法线入射的反射系数表达式为

$$R=\exp\left(-\frac{2q_{\max}\delta v^2}{(n+1)v}\right). \tag{6}$$

在 PML 边界上衰减项将置为零,q_x 在上、下 PML 边界为零,q_z 在左、右 PML 边界为零,而在角点上 q_j 等于相邻的非零 q 值。

在计算时,将区域分为两部分,内部区域用速度-应力方程计算;PML 区域采用公式(3)计算。

2 数值算例

为了验证 PML 吸收边界条件的有效性,采用四点有限差分格式对地面地震模型和井间地震模型进行测试,同时,为了说明 PML 吸收边界条件的吸收效果,与以前认为效果较好的旁轴近似边界条件进行比较。

2.1 地面地震模型的数值模拟

2.1.1 均匀介质速度场模型的数值模拟

设计的均匀介质模型的速度为 3 000 m/s,密度为常数,模型水平宽度和垂直宽度均为 600 m,采样间隔为 $dx=dz=6$ m,采样时间间隔 dt 为 1 ms,震源位于正中间,采用 Ricker 子波,主频 f_m 为 30 Hz。图 1 为均匀速度场数值测试结果 180 ms 的波场快照。

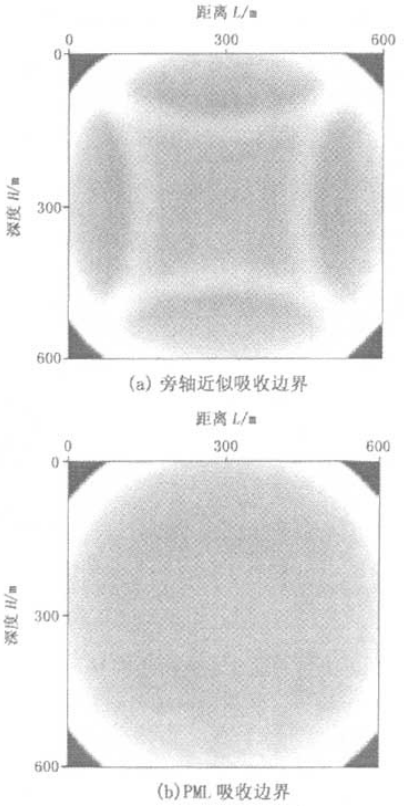

图 1 均匀速度场 180 ms 的波场快照

为了看得更加明显,图 1 显示时使用了 90% 的数据增强。旁轴近似的边界条件虽然在正常显示时看不见边界反射,但采用 90% 的数据增强后边界反射清晰可见,边界反射并没有吸收干净,而 PML 吸

万方数据

收边界却见不到任何边界反射。

2.1.2　层状介质模型的数值模拟

设计的层状介质模型 3 层速度自上而下分别是 2 000，2 400，2 800 m/s，采样间隔为 $dx = dz = 6$ m，采样时间间隔 dt 为 1 ms，采用 Ricker 子波，主频 f_m 为 30 Hz。

图 2 分别是基于旁轴近似吸收边界条件算法和 PML 吸收边界算法计算的 300 ms 层状介质模型的波场快照，并且同样采用了数据增强显示。从图 2(b)中看出，波场非常清楚干净，并且两个界面的反射波都清晰可见，没有任何干扰波。

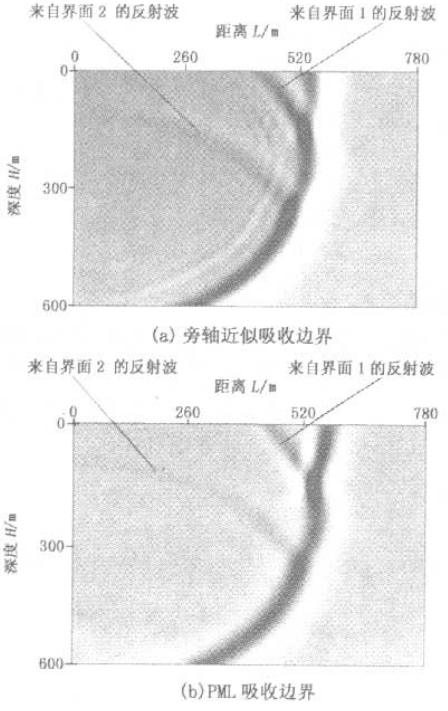

图 2　层状介质模型 300 ms 的波场快照

2.1.3　复杂地质模型的数值模拟

设计的复杂模型包含一个薄层、一个楔形体和一个断层，如图 3 所示。

模拟参数：震源在(510 m，6 m)，采样间隔为 $dx = dz = 6$ m，模型宽为 1 020 m，深度为 1 200 m，采样时间间隔 dt 为 1 ms。模拟结果见图 4，其中波场快照均进行了数据增强。

从图 4(a)中看出，边界反射波非常强，有效波和反射波交织在一起，严重影响了有效波的识别；图 4(b)则见不到任何边界反射，薄层、楔形体和断层都比较清楚。

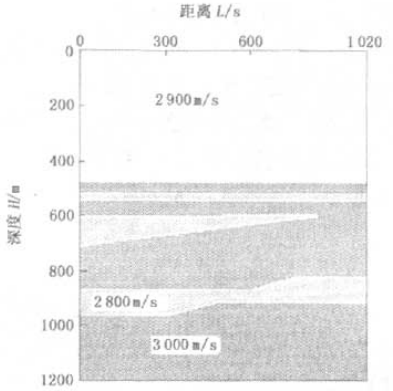

图 3　复杂介质模型

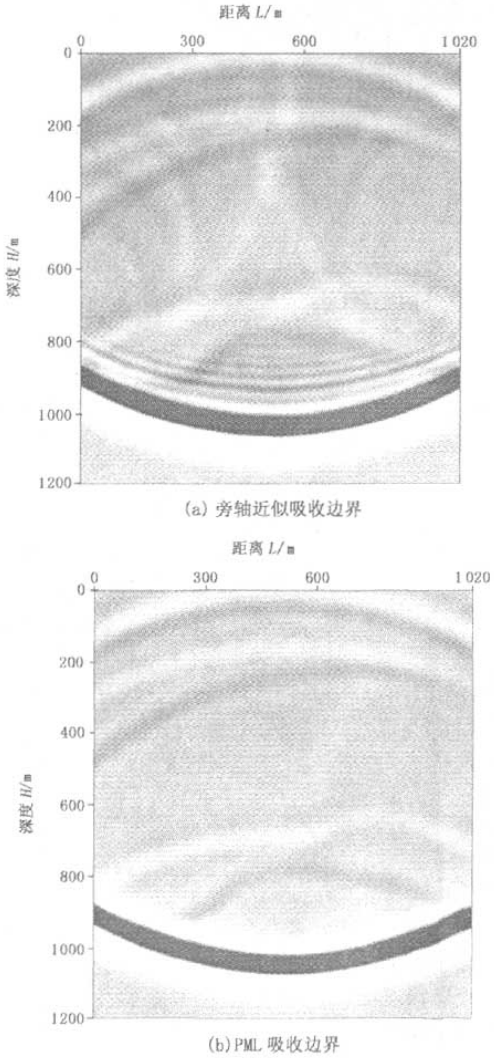

图 4　复杂吸收边界模型 400 ms 的波场快照

万方数据

2.1.4 起伏地表模型的数值模拟

为了进一步说明 PML 吸收边界条件的适用性，就此设计了一个起伏地表模型，地表存在一个“V”字形地堑，落差为 60 m，跨度为 300 m，地下存在一个水平层，上方速度为 2 000 m/s，下方速度为 3 000 m/s。模拟参数：震源在(300 m，12 m)，采样间隔为 $dx = dz = 6$ m，模型宽为 900 m，深度为 594 m，采样时间间隔 dt 为 1 ms。模拟结果见图 5。从图中可以看出，地表“V”字形地堑处没有波的传播，并且没有边界反射，界面反射波比较清楚，相位关系对应良好，说明 PML 吸收边界条件同样适用于起伏地表的情况。

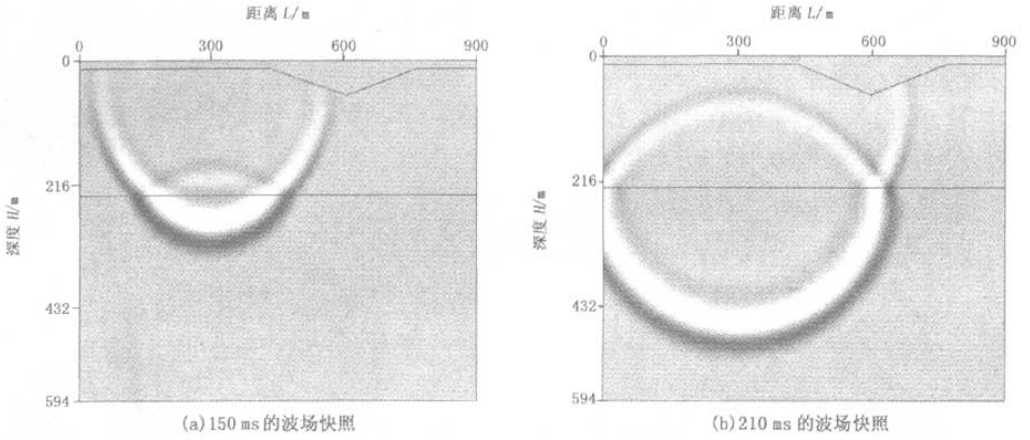

图 5 起伏地表模型 PML 吸收边界的波场快照

2.2 井间地震模型的数值模拟

2.2.1 均匀速度场模型

均匀速度场模型的速度为 3 000 m/s，震源在(0，200 m)，左边井激发，右边井接收，采样间隔为 $dx = dz = 2$ m，井间距为 200 m，深度为 400 m，采样时间间隔 dt 为 1 ms，时间长度为 0.60 s。模拟结果见图 6，图中显示使用了数据增强技术。可以看出，旁轴近似吸收边界条件下边界反射并没有消除干净，而 PML 吸收边界条件下没有任何边界反射，其相位关系一一对应。

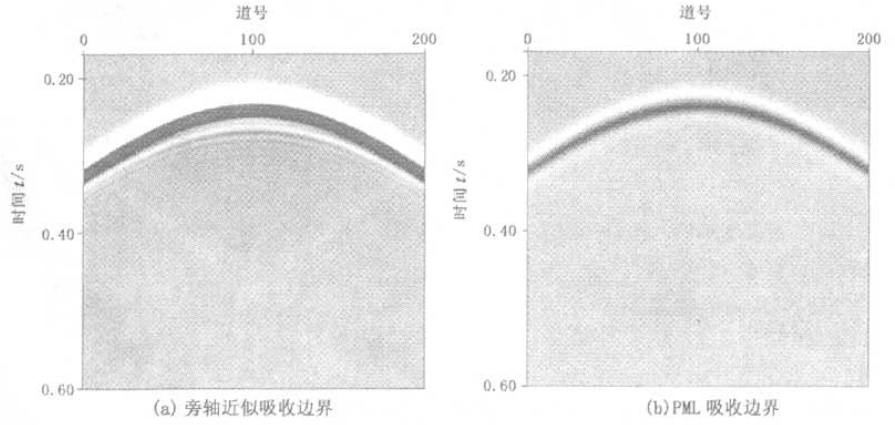

图 6 均匀速度场共炮点记录

2.2.2 层状模型

层状速度场模型是在均匀速度模型的基础上加了两个水平层，速度自上而下依次是 2 000，2 400，2 800 m/s，震源在(0，100 m)，左边井激发，右边井接收，其他条件同图 6。模拟结果见图 7。由图 7 可看出，基于旁轴近似的层状模型共炮点记录中边界反射有所减弱，但没有消除干净，直达波的第 3 个相位以及第 2 个界面的反射波相位都不明显，这可能是由于边界反射的复合效应所引起的；使用 PML 边界的层状模型共炮点记录中没有任何边界

万方数据

反射,两个界面的反射波清晰可见,直达波和界面反射波的相位对应关系也很好。

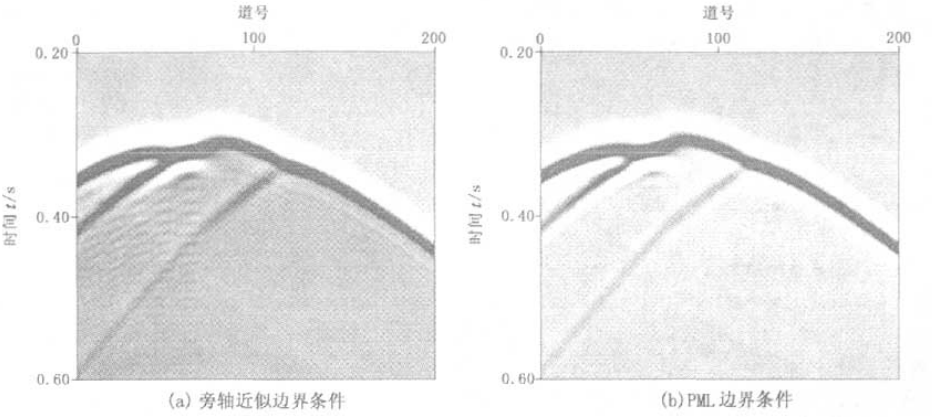

图 7　层状模型共炮点记录

2.2.3　复杂模型

速度场模型如图 3 所示,正演参数:震源在(0, 240 m),左边井激发,右边井接收,采样间隔为 $dx = dz = 2$ m,井间距为 400 m,深度为 500 m,采样时间间隔 dt 为 1 ms,时间长度为 0.8 s。模拟结果见图 8。由图 8 可以看出,使用旁轴近似边界条件的共炮点记录中,直达波的第 3 个相位很弱,薄层的顶、底反射复合在一起,相位对应关系不明显;PML 边界条件的共炮点记录中没有边界反射,薄层、楔形体和断层的反射波都比较清晰,正负相位对应关系较好。由于模型不是均匀速度场,所以直达波应该象图 7 中那样有所弯曲,但薄层、楔形体、断层都较薄,时间差很小,仅在界面处有很小的波动。

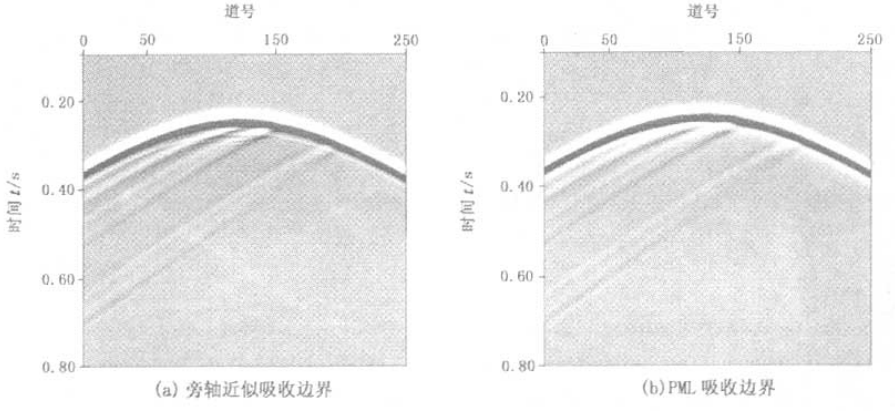

图 8　复杂模型共炮点记录

3　结. 论

(1)采用完全匹配层(PML)吸收边界条件是消除边界反射的理想方法之一。在研究区域的四周加入很薄的匹配层,以很小的计算代价,可换取很好的吸收效果。

(2)在研究区域的边界上加入吸收层,使边界上传入吸收层的波随传播距离按指数规律衰减,不产生任何反射,可达到消除边界反射的目的。

(3)完全匹配层吸收边界条件可适用于地面地震和井间地震,且能够吸收各种角度的边界反射,并适用于简单模型和复杂模型。

参考文献:

[1] 董渊,杨慧珠,杜启振. 有限元 - 有限差分二维波动逆时偏移初探[J]. 石油大学学报:自然科学版,2003,27(6):25-29.
DONG Yuan, YANG Hui-zhu, DU Qi-zhen. Study on reverse-time migration of two-dimension wave equation with finite element-finite difference method[J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Sci-

万方数据

ence),2003,27(6):25-29.

[2] 王延光,李振春,穆志平,等. 一种适于横向变速的高阶差分正演模拟方法[J]. 石油大学学报:自然科学版,2002,26(5):37-39.
WANG Yan-guang, LI Zhen-chun, MU Zhi-ping, et al. A high-order finite-difference forward-modeling method fit for strong lateral velocity variation[J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 2002,26(5):37-39.

[3] ALTERMEN Z S, LOEWENTHAL D. Seismic wave in a quarter and three quarter plane [J]. Geophysics J Roy Astr Soc, 1970, 20 (1):101-126.

[4] 张美根,王妙月,李小凡,等. 各向异性弹性波场的有限元数值模拟[J]. 地球物理学进展,2002,17(3):384-389.
ZHANG Mei-gen, WANG Miao-yue, LI Xiao-fan, et al. Finite element forward modeling of anisotropic elastic waves[J]. Progress in Geophysics, 2002, 17 (3): 384-389.

[5] 张永刚. 地震波场数值模拟方法[J]. 石油物探,2003,42(2):143-148.
ZHANG Yong-gang. On numerical simulations of seismic wavefield[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2003,42(2):143-148.

[6] CERJAN C, KOSLOFF D, KOSLOFF R, et al. A nonreflecting boundary condition for discrete acoustic and elastic wave equations[J]. Geophysics, 1985, 50(4): 705-708.

[7] KOSLOFF R, KOSLOFF D. Absorbing boundaries for wave propagation problems [J]. Journal Computation Physics, 1986, 63:363-376.

[8] CLAYTON R, ENGQUIST B. Absorbing boundary conditions for acoustic and elastic wave equations[J]. Bull Seismic Society America, 1977, 67(6): 1529-1540.

[9] REYNOLDS. Boundary conditions for the numerical solution of wave propagation problems [J]. Geophysics, 1978, 43(6): 1099-1110.

[10] STACEY R. Improved transparent boundary formulations for the elastic-wave equation[J]. Bull Seismic Society America, 1988, 78(6): 2089-2097.

[11] 李文杰,魏修成,刘洋,等. 声波正演中一种新的边界条件——双重吸收边界条件[J]. 石油物探, 2004, 43(6):528-531.
LI Wen-jie, WEI Xiu-cheng, LIU Yang, et al. A new kind of absorbing boundary condition for acoustic wave equation-dual absorbing boundary condition[J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 2004, 43 (6): 528-531.

[12] BERENGER J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetics waves[J]. Journal Computation Physics, 1994,114:185-200.

[13] HASTINGS F D, SCHNEIDER J B, BROSCHAT S L. Application of the perfectly matched layer (PML) absorbing boundary condition to elastic wave propagation [J]. Journal Acoustical Society of America, 1996, 100 (5): 3061-3069.

[14] CHEW W C, WEEDON W H, SEZGINER A. A 3-D perfectly matched medium by coordinate stretching and its absorption of static fields[C]//In 11th Annual Review of Progress in Applied Computational Electromagnetics, Monterey, CA, 1995, 1: 482-489.

[15] HESTHAVEN J S. On the analysis and construction of perfectly matched layers for the linearized Euler equations[J]. Journal Computation Physics, 1998,142:129-147.

[16] KOSMANIS T I, YIOULTSIS T V, TSIBOUKIS T D. Perfectly matched anisotropic layer for the numerical analysis of unbounded eddy-current problems[J]. IEEE Trans Magn, 1999,35:4452-4458.

[17] ZENG Y Q, HE J Q, LIU Q H. The application of the perfectly matched layer in numerical modeling of wave propagation in poroelastic media [J]. Geophysics, 2001,66(4):1258-1266.

[18] WANG Tsi-li, TANG Xiao-ming. Finite-difference modeling of elastic wave propagation: A nonsplitting perfectly matched layer approach[J]. Geophysics, 2003,68 (5):1749-1755.

[19] 汪守东. 声波方程完全匹配层吸收边界[J]. 石油地球物理勘探, 2003, 38(1): 31-34.
WANG Shou-dong. Absorbing boundary condition for acoustic wave equation by perfectly matched layer[J]. Oil Geophysical Prospecting,2003,38(1):31-34.

(编辑 刘艳荣)

万方数据