

文章编号:1673-5005(2006)02-0133-05

基于自校正模型的非线性系统多模型预测控制

许 锋, 罗雄麟

(中国石油大学 自动化研究所, 北京 102249)

摘要:针对化工过程某些非线性系统的不对称动态特性,提出了一种基于自校正模型的多模型预测控制算法。在平衡点附近建立线性模型,利用当前工作点,通过二阶泰勒展开校正模型参数,补偿非线性不对称动态特性,形成了非线性系统的自校正多模型描述。以基于模型输出偏差的切换指标函数作为模型切换准则,结合状态反馈预测控制,构成了多模型预测控制器。pH 值控制的仿真结果验证了该算法的有效性。

关键词:非线性系统;多模型预测控制;线性化;自校正模型;泰勒展开;pH 值控制

中图分类号:TP 273

文献标识码:A

Multi-model predictive control of nonlinear system based on self-tuning model

XU Feng, LUO Xiong-lin

(Research Institute of Automation in China University of Petroleum, Beijing 102249, China)

Abstract: To handle the unsymmetrical dynamic characteristics of some nonlinear systems in chemical process, a multi-model predictive control method was proposed based on self-tuning model. Through second order Taylor expansion, the current working point was used to modify the local linear models at equilibrium points to form the multiple self-tuning linear models of nonlinear system. And by the integration with state feedback predictive control and the employment of a switching function based on output errors, the multi-model predictive controller was composed. The simulated results of pH control show the efficiency of the method.

Key words: nonlinear system; multi-model predictive control; linearization; self-tuning model; Taylor expansion; pH control

化工过程中普遍存在着的一类具有较强非线性的被控过程,在平衡点附近往往表现出明显不对称的动态特性^[1],这使得传统的近似线性化模型仅适用于平衡点附近很小的工作范围内。多模型预测控制将预测控制与多模型方法相结合,是一种处理非线性系统较常用的方法^[2]。非线性系统需要用大量的线性模型来描述,若模型过多,会大大加重控制器的计算负担,而且频繁的模型切换也会降低控制器的性能。对此,文献[3]将线性化多模型与神经网络相结合,用径向基函数神经网络来补偿建模误差,减少了局部模型的数量,并改善了系统的动态性能。笔者拟通过对近似线性化方法的改进,利用当前工作点通过二阶泰勒展开校正近似线性化模型,形成非线性系统的自校正多模型描述,结合状态反馈预

测控制,构成多模型预测控制器,以改善系统的动态特性和控制品质,并保证模型间的稳定切换。

1 非线性系统的自校正多模型描述

为简化问题的表述,考虑离散时间非线性系统

$$\begin{cases} x(k+1) = f(x(k), u(k)), \\ y(k) = g(x(k), u(k)). \end{cases} \quad (1)$$

式中, $y(k) \in \mathbf{R}^r$ 为系统输出; $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 为状态变量 $x(k) \in \mathbf{R}^n$ 和系统输入 $u(k) \in \mathbf{R}^m$ 的非线性向量函数,且要求 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 连续且二阶可微。

对于选定的输出 $y = y^i$, 求解非线性系统的静态方程可以得到系统的一个平衡点 (x^i, u^i, y^i) 。在系统的输出空间中选取 N 个输出,得到相应的平衡点 (x^i, u^i, y^i) , $i = 1, 2, \dots, N$ 。将系统在各平衡点

收稿日期:2005-11-07

作者简介:许锋(1976-),男(汉族),山东东营人,博士研究生,从事化工过程控制方面的研究。

附近作近似线性化展开,可得到原非线性系统的 N 个不同的线性模型

$$\begin{cases} x(k+1) = x^i + \frac{\partial f}{\partial x^T} \Big|_i (x(k) - x^i) + \frac{\partial f}{\partial u^T} \Big|_i \times \\ (u(k) - u^i), \\ y(k) = y^i + \frac{\partial g}{\partial x^T} \Big|_i (x(k) - x^i) + \frac{\partial g}{\partial u^T} \Big|_i \times \\ (u(k) - u^i), \end{cases} \quad (2)$$

式(2)即为非线性系统(1)的多模型描述。但是,由于模型近似线性化时忽略了 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 泰勒展开的高阶导数项,近似线性化局部模型并不能反映非线性系统在相应平衡点附近的不对称动态特性,所以提出一种改进的近似线性化方法,即对非线性向量函数 $f(\cdot)$ 和 $g(\cdot)$ 在各平衡点附近取二阶泰勒展开。

对非线性向量函数 $f(\cdot)$ 的第 j 个方程

$$\begin{aligned} x_j(k+1) = & x_j^i + \left[\frac{\partial f_j}{\partial x^T} \Big|_i (x(k) - x^i) + \frac{\partial f_j}{\partial u^T} \Big|_i (u(k) - u^i) \right] + \\ & \frac{1}{2!} \begin{bmatrix} x(k) - x^i \\ u(k) - u^i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial f_j}{\partial x \partial x^T} & \frac{\partial f_j}{\partial x \partial u^T} \\ \frac{\partial f_j}{\partial u \partial x^T} & \frac{\partial f_j}{\partial u \partial u^T} \end{bmatrix} \Big|_i \times \\ & \begin{bmatrix} x(k) - x^i \\ u(k) - u^i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

和非线性函数 $g(\cdot)$ 的第 l 个方程

$$\begin{aligned} y_l(k) = & y_l^i + \left[\frac{\partial g_l}{\partial x^T} \Big|_i (x(k) - x^i) + \frac{\partial g_l}{\partial u^T} \Big|_i (u(k) - u^i) \right] + \\ & \frac{1}{2!} \begin{bmatrix} x(k) - x^i \\ u(k) - u^i \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial g_l}{\partial x \partial x^T} & \frac{\partial g_l}{\partial x \partial u^T} \\ \frac{\partial g_l}{\partial u \partial x^T} & \frac{\partial g_l}{\partial u \partial u^T} \end{bmatrix} \Big|_i \times \\ & \begin{bmatrix} x(k) - x^i \\ u(k) - u^i \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

提取一次公因式,并将泰勒展开式的二次项与一次项合并,得到以平衡点偏移量作为模型参数的自校正线性化方程

$$\begin{cases} x(k+1) = x^i + A^i(x(k), u(k))(x(k) - x^i) + \\ B^i(x(k), u(k))(u(k) - u^i), \\ y(k) = y^i + C^i(x(k), u(k))(x(k) - x^i) + \\ D^i(x(k), u(k))(u(k) - u^i). \end{cases} \quad (5)$$

其中

$A^i(x(k), u(k))$ 的第 j 行为

$$A_j^i(x(k), u(k)) = \frac{\partial f_j}{\partial x^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (x(k) - x^i)^T \times \frac{\partial^2 f_j}{\partial x \partial x^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (u(k) - u^i)^T \frac{\partial^2 f_j}{\partial u \partial x^T} \Big|_i;$$

$B^i(x(k), u(k))$ 的第 j 行为

$$B_j^i(x(k), u(k)) = \frac{\partial f_j}{\partial u^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (u(k) - u^i)^T \times \frac{\partial^2 f_j}{\partial u \partial u^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (x(k) - x^i)^T \frac{\partial^2 f_j}{\partial x \partial u^T} \Big|_i;$$

$C^i(x(k), u(k))$ 的第 l 行为

$$C_l^i(x(k), u(k)) = \frac{\partial g_l}{\partial x^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (x(k) - x^i)^T \times \frac{\partial^2 g_l}{\partial x \partial x^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (u(k) - u^i)^T \frac{\partial^2 g_l}{\partial u \partial x^T} \Big|_i;$$

$D^i(x(k), u(k))$ 的第 l 行为

$$D_l^i(x(k), u(k)) = \frac{\partial g_l}{\partial u^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (u(k) - u^i)^T \times \frac{\partial^2 g_l}{\partial u \partial u^T} \Big|_i + \frac{1}{2} (x(k) - x^i)^T \frac{\partial^2 g_l}{\partial x \partial u^T} \Big|_i.$$

化工过程一般无输入对输出的直接前向作用,即

$$D^i(x(k), u(k)) = 0.$$

式中的 $A^i(x(k), u(k))$, $B^i(x(k), u(k))$, $C^i(x(k), u(k))$, $D^i(x(k), u(k))$ 均为用当前工作点校正的线性模型参数,不但与系统平衡点有关,而且和当前工作点相对于平衡点的偏离大小和方向建立了联系。

这种自校正线性模型对近似线性化引起的建模误差进行了一定补偿,对非线性系统在平衡点附近不对称的动态特性达到了某种程度的逼近。

2 状态反馈预测控制算法

建立非线性被控过程的线性局部模型描述后,即可采用线性预测控制的方法,对各局部模型进行预测控制。基于被控过程的线性状态空间模型,采用状态反馈预测控制算法^[4]。为便于预测控制算法的推导和实施,对式(5)进行增量化处理,消去线性模型的平衡点,并将输出的绝对量扩展到状态变量中,可得预测模型

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = \hat{A}^i(k) \hat{x}(k) + \hat{B}^i(k) \Delta u(k), \\ y(k) = \hat{C}^i \hat{x}(k). \end{cases} \quad (6)$$

其中

$$\hat{x}(k) = [\Delta x^T(k) \quad y^T(k)]^T, \quad \hat{A}^i(k) = \begin{bmatrix} A^i(x(k), u(k)) & \mathbf{0}_{n \times r} \\ C^i(x(k), u(k)) A^i(x(k), u(k)) & \mathbf{I}_{r \times r} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{B}}^i(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}^i(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \\ \mathbf{C}^i(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))\mathbf{B}^i(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) \end{bmatrix}, \\ \hat{\mathbf{C}}^i &= [\mathbf{0}_{r \times n} \quad \mathbf{I}_{r \times r}], \\ \Delta \mathbf{x}(k) &= \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}(k-1), \\ \Delta \mathbf{u}(k) &= \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}(k-1).\end{aligned}$$

设预测时域为 P , 采用单值预测算法^[5], 控制时域 $L=1$, 即 $\Delta \mathbf{u}(k+j)=0, j>0$, 输出在未来 P 时刻预测值为

$$\mathbf{y}_p^i(k+P) = \mathbf{K}^i(P, k)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{S}^i(P, k)\Delta \mathbf{u}(k). \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned}\mathbf{S}^i(P, k) &= \hat{\mathbf{C}}^i(\hat{\mathbf{A}}^i(k))^{P-1}\hat{\mathbf{B}}^i(k), \\ \mathbf{K}^i(P, k) &= \hat{\mathbf{C}}^i(\hat{\mathbf{A}}^i(k))^P.\end{aligned}$$

式中, $\mathbf{S}^i(P, k)$ 和 $\mathbf{K}^i(P, k)$ 分别为控制器的阶跃响应矩阵和状态反馈矩阵。

对预测输出进行反馈修正, 得

$$\mathbf{y}_{\text{cor}}^i(k+P) = \mathbf{y}_p^i(k+P) + \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_p^i(k). \quad (8)$$

式中, $\mathbf{y}_p^i(k)$ 为采用相同预测时域时历史输入和状态对当前输出的预测值。

令最优控制的优化性能指标 $\min J = \|\mathbf{y}_s(k) - \mathbf{y}_{\text{cor}}^i(k+P)\|_Q + \|\Delta \mathbf{u}(k)\|_R$, Q, R 分别为输出预测偏差和控制作用增量的加权系数, 得到最优控制率为

$$\Delta \mathbf{u}(k) = [(\mathbf{S}^i(P, k))^T \mathbf{Q} \mathbf{S}^i(P, k) + \mathbf{R}]^{-1} (\mathbf{S}^i(P, k))^T \mathbf{Q} [\mathbf{y}_s(k) - \mathbf{y}(k) - \mathbf{K}^i(P, k)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{y}_p^i(k)]. \quad (9)$$

3 模型切换策略

目前, 常用的多模型预测控制器构成方式主要有两种: 多控制器并行工作加权输出^[6,7]和根据模型匹配程度进行多模型切换^[8-11]。本文中多模型预测控制器是通过多个局部模型之间的切换来实现的, 每个采样时刻根据切换指标函数判断哪一个局部模型最接近被控对象的动态特性, 然后自动切换到基于该局部模型得到的控制器上工作。与多模型并行工作加权输出的多模型控制相比, 多模型切换方式的优点在于算法简单易行, 计算量小, 运算速度快。

为确定每一时刻的模型匹配最佳的局部模型, 采用切换指标函数, 形式如下^[10,11]:

$$J^i(k) = \alpha(e^i(k))^T e^i(k) + \beta \sum_{j=1}^l \exp(-j\lambda)(e^i(k-j))^T e^i(k-j). \quad (10)$$

式中, $e^i(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_p^i(k)$ 为局部模型与实际输出间的误差; l 为匹配误差滚动累积长度; α 和 β 为用来调整当前误差和过去误差对切换指标函数影响的

系数; λ 为用来降低历史信息重要性的遗忘因子。在每个采样时刻, $J^i(k)$ 越小, 说明此局部模型的模型匹配程度越好, 多模型预测控制器根据 $J^i(k)$ 的最小值确定 k 时刻模型匹配程度最佳的局部模型。

在控制运行过程中, 当每个采样时刻根据切换指标函数决定了最接近被控对象的局部模型以后, 利用当前工作点对该局部近似线性化模型的模型参数进行校正, 获得的自校正线性模型将用来表示当前采样时刻的该局部模型, 以此进行状态反馈预测控制; 而对于其他局部模型均以未校正的近似线性化模型表示, 以此来计算这一时刻各局部模型与实际输出间的误差, 作为切换指标函数的输入, 决定下一采样时刻将采用的局部模型。由于采用的自校正线性模型对被控对象的非线性不对称动态特性进行了一定的补偿, 减小了线性模型的误差, 提高了模型切换的精度, 降低了模型切换时的振荡。

4 仿真分析

以化工过程典型的强非线性系统——酸碱中和的 pH 值控制为例进行仿真, 假设强酸强碱溶液在如图 1 所示的连续搅拌式反应器 (CSTR) 中进行中和反应。

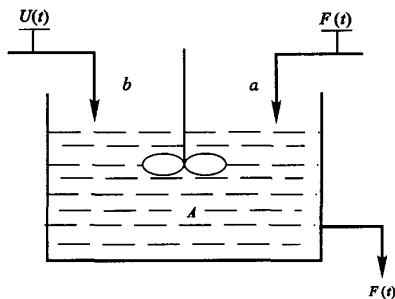


图 1 酸碱中和过程的连续搅拌式反应器

若假设液位控制稳定, 通过机理分析建立如下 CSTR 中酸碱中和过程的数学模型:

$$\begin{cases} V \frac{dy(t)}{dt} = U(t)(b - y(t)) - F(t)(a + y(t)), \\ \text{pH}(t) = \lg \frac{y(t) + \sqrt{y(t)^2 + 4K_w}}{2K_w}. \end{cases} \quad (11)$$

式中, $U(t)$ 和 $F(t)$ 分别为碱和酸溶液的流量, m^3/s ; V 为反应器的容积, m^3 ; $y(t)$ 为 OH^- 和 H^+ 的摩尔浓度之差, mol/m^3 ; a 和 b 分别为酸和碱的浓度, mol/m^3 ; $K_w = 10^{-14}$ 为水的平衡常数。

以碱流量为控制变量, pH 值为输出被控变量, 在 $\text{pH}=9.5$ 的稳态条件下对碱流量分别施加阶跃变化, 分别得到非线性模型、近似线性化模型和自校正线性模型的输出 pH 值的阶跃响应(图 2)。

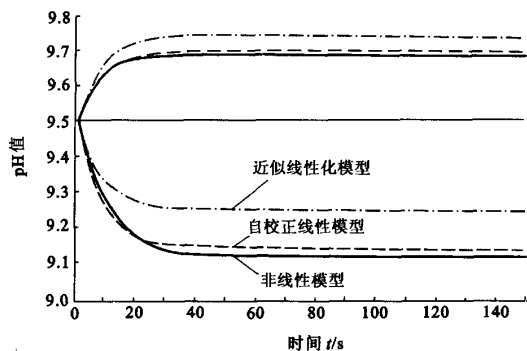
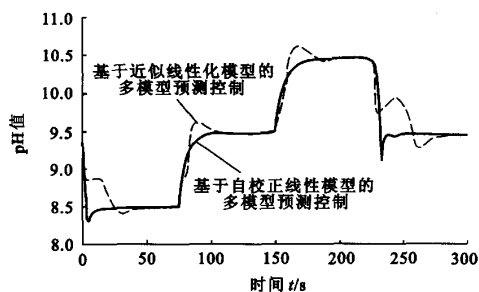
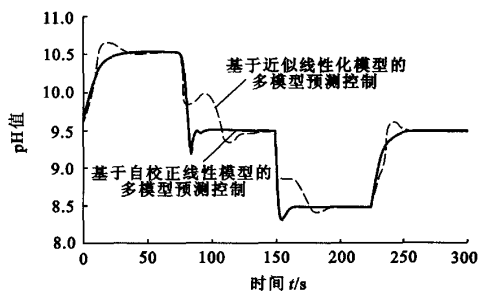


图 2 阶跃响应

可见 pH 中和过程具有非常典型的不对称非线性

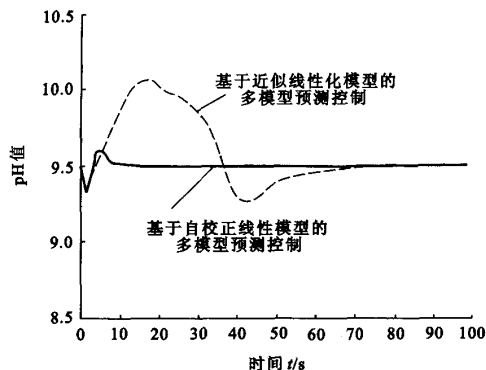


(a) 给定值从低到高阶跃变化

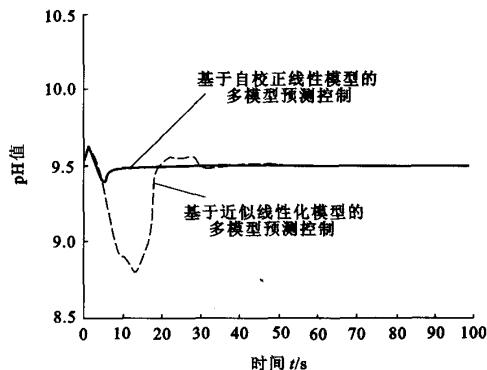


(b) 给定值从高到低阶跃变化

图 3 给定值阶跃变化的控制效果曲线



(a) 干扰阶跃增加



(b) 干扰阶跃减小

图 4 干扰阶跃变化 20% 的控制效果曲线

表 1 两种控制方法的平方误差积分(ISE)对比 %

仿真	基于近似线性化模型的多模型预测控制	基于自校正线性模型的多模型预测控制
给定值从低到高变化	20.93	14.41
给定值从高到低变化	20.92	14.41
干扰阶跃增大	5.97	0.074
干扰阶跃减小	4.07	0.058

表 2 两种控制方法的绝对值误差积分(IAE)对比 %

仿真	基于近似线性化模型的多模型预测控制	基于自校正线性模型的多模型预测控制
给定值从低到高变化	43.34	24.66
给定值从高到低变化	43.33	24.66
干扰阶跃增大	15.76	0.674
干扰阶跃减小	7.84	0.716

5 结束语

针对传统的近似线性化模型无法反映某些非线性系统所具有的不对称动态特性的问题,通过对近似线性化方法的改进,建立了非线性系统的自校正线性模型描述,可以较好地描述非线性系统的不对称动态特性,提高了线性模型的精度。在多个平衡点附近建立线性模型,形成非线性系统的自校正多模型描述,结合状态反馈预测控制构成多模型预测控制器,基于模型输出偏差进行模型切换。pH值控制的仿真结果证明了该控制算法的有效性。

目前本控制算法仅针对单输入单输出的简单非线性系统获得了成功的应用,而在具有多输入多输出的多变量非线性系统的应用方面,尚存在许多问题,如多变量非线性系统的自校正多模型描述、模型切换准则的推广等。因此,本控制算法在多变量非线性系统的应用将是未来研究的主要内容。

参考文献:

- [1] 何仁初, 罗雄麟, 佟世文, 等. 乙烯精馏塔仿真平台的开发与应用[J]. 计算机与应用化学, 2005, 22(10): 909-914.
HE Ren-chu, LUO Xiong-lin, TONG Shi-wen, et al. Developments and applications of simulation platform for ethylene rectifier[J]. Computers and Applied Chemistry, 2005, 22(10): 909-914.
- [2] 胡国龙, 孙优贤. 多模型控制方法的研究进展及其应用现状[J]. 信息与控制, 2004, 33(1): 72-76.
HU Guo-long, SUN You-xian. Advances and application of multiple model control methods[J]. Information and Control, 2004, 33(1): 72-76.
- [3] 孙维, 李晓理, 王伟. 基于多模型的非线性系统自适应最小方差控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 639-643.
SUN Wei, LI Xiao-li, WANG Wei. Multiple model based adaptive minimum variance control of nonlinear system[J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(4): 639-643.
- [4] 袁璞, 左信, 郑海涛. 状态反馈预估控制[J]. 自动化学报, 1993, 19(5): 569-577.
YUAN Pu, ZUO Xin, ZHENG Hai-tao. State feedback predictive control[J]. Acta Automatic Sinica, 1993, 19(5): 569-577.
- [5] 袁璞. 单值预估控制[J]. 石油大学学报: 自然科学版, 1992, 16(5): 100-109.
YUAN Pu. Predictive control of single prediction[J]. Journal of the University of Petroleum, China (Edition of Natural Science), 1992, 16(5): 100-109.
- [6] 张智焕, 王树青. 基于多模型切换的大范围预测函数控制[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2002, 36(3): 290-297.
ZHANG Zhi-huan, WANG Shu-qing. Global predictive function control based on the switching of multiple models[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2002, 36(3): 290-297.
- [7] 谢磊, 张泉灵, 王树青, 等. 基于多模型的预测函数控制[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2003, 37(2): 190-193.
XIE Lei, ZHANG Quan-ling, WANG Shu-qing, et al. Adaptive predictive functional control based on multiple-model[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2002, 37(2): 290-297.
- [8] 席裕庚, 王凡. 非线性系统预测控制的多模型方法[J]. 自动化学报, 1996, 22(4): 456-461.
XI Yu-geng, WANG Fan. Nonlinear multi-model predictive control[J]. Acta Automatic Sinica, 1996, 22(4): 456-461.
- [9] 张智焕, 王树青. 基于多模型 pH 非线性过程的预测控制[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2002, 36(1): 29-31.
ZHANG Zhi-huan, WANG Shu-qing. Predictive control of pH nonlinear process based on multiple model[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2002, 36(1): 29-31.
- [10] NARENDRA K S, BALAKRISHAM J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1994, 39(9): 1861-1866.
- [11] NARENDRA K S, BALAKRISHNAN J. Adaptive control using multiple models[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1997, 42(2): 171-187.

(编辑 修荣荣)